

DOI: 10.31653/smf52.2026.20-34

дата першого надходження: 14.03.26  
дата прийняття статті до друку після  
рецензування: 23.03.26  
дата публікації: 05.05.26Кривий<sup>1</sup> М.О., Кривий<sup>2</sup> О.Ф.<sup>1</sup>ORCID 0000-0001-8704-4791, <sup>2</sup>ORCID 0000-0001-7507-7203

Національний університет «Одеська морська академія»

**КРИТЕРІЙ РЕЖИМІВ РОБОТИ ПІДШИПНИКІВ КОВЗАННЯ  
СУДНОВОГО ПРОПУЛЬСИВНОГО КОМПЛЕКСУ ІЗ  
УРАХУВАННЯМ НЕНЬЮТОНІВСЬКОЇ ПОВЕДІНКИ МАСТИЛ**

**Постановка проблеми в загальному вигляді.** Моніторинг роботи підшипників ковзання (ПК) є одним із основних чинників уникнення безаварійної роботи суднового пропульсивного комплексу взагалі, і ПК зокрема. Моніторинг роботи ПК базується на різного роду показниках, зокрема, в'язкістних характеристиках мастильних матеріалів. Для безаварійної роботи ПК вказані показники повинні задовольняти певним умовам – критеріям, які б забезпечували рідинний режим їх роботи, тобто наявність мастильного шару між вкладишем і цапфою. Тому розробка вказаних критеріїв, які б враховували різні показники роботи ПК, і зокрема в'язкістних характеристик мастил, є не тільки складною теоретичною, але і важливою практичною проблемою.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Судновий пропульсивний комплекс, який включає енергетичні установки (СЕУ) і допоміжне суднове обладнання є складним інженерним комплексом і складається із великої кількості різних вузлів і механізмів (дивись, зокрема [1-5]). Довговічність роботи суднового пропульсивного комплексу залежить від довговічності роботи кожного окремого вузла, розрахунок надійності кожного із яких проводиться, як правило, окремо. Одним із таких важливих вузлів є підшипники ковзання, які присутні як в головній СЕУ, так і допоміжному обладнанні. Зокрема, це рамові і шатунні шийки колінчастих валів, опорні підшипники валопроводів гребних гвинтів [4], опорні підшипники стерна [5]. Дослідження в цьому напрямку проводились багатьма авторами, зокрема, фундаментальна теорія підшипників ковзання, яка викладена в роботі [6], отримала подальший розвиток в роботах [7-11]. В роботі [12] експериментально досліджено надійності опорних

підшипників гребних гвинтів при різних способах мащення. В роботі [13], за допомогою чисельних розв'язків рівняння Рейнольдса, вивчалися трибологічні характеристики опорних підшипників гребних гвинтів із урахуванням деформації вигину кормового валу та кавітації. В роботах [14-16] за допомогою аналітичних розв'язків рівняння Рейнольдса, досліджені різні аспекти довговічності експлуатації судових опорних підшипників ковзання, в роботі [17] отримані аналітичні залежності для кутів початку і кінця робочої зони від відносного ексцентриситета  $\varepsilon_0$  і відносного радіального зазору  $\delta_0$  в парі ковзання. Вивченню експлуатаційних характеристик, як то ККД, судових гвинтів і стерн присвячені роботи [4, 5]. В роботі [18] вдосконалено критерій Зомерфельда для визначення режимів роботи судових підшипників ковзання. В роботі [19] дана класифікація судових мастил і наведенні їх характеристики. Дослідження [11, 20, 21] показують, що в зв'язку із екстремальними режимами роботи поведінка мастил в робочій зоні підшипників ковзання судового комплексу, носить неньютонівських [6, 20] характер, не врахування якого призводить до суттєвих похибок при проектуванні і прогнозуванні безаварійної роботи. До неньютонівської поведінки мастил призводять також забруднення мастил в ході експлуатації і домішки [23, 24], які використовують для поліпшення в'язкістних характеристик мастил. Аналіз існуючих джерел показав, що практично відсутні дослідження, які б враховували неньютонівську поведінку мастил при вивченні режимів роботи судових підшипників ковзання. До робіт в цьому напрямку слід віднести роботи [2, 3], де отримані математичні моделі для коефіцієнтів навантаженості і для гідродинамічного тертя для неньютонівських мастил. Подібні задачі для ньютонівських мастил розглянуті в роботах [6, 24-39]. Процеси мащення в судових енергетичних установках присвячені роботи [40-42]. Але питання критеріїв роботи судових підшипників ковзання, які б враховували неньютонівську поведінку мастил залишається вивченим не достатньо.

**Постановка завдання.** Завданням даного дослідження є розробка нового критерію для визначення режимів роботи підшипників ковзання судового пропульсивного комплексу, які б враховували неньютонівську поведінку мастил.

### **Виклад основного матеріалу дослідження.**

#### **1. Математична постановка задачі.**

Розглянемо задачу по визначенню розподілу питомого тиску  $p(\varphi)$ ,  $\varphi \in (\varphi_1, \varphi_2)$ , в мастильному шарі підшипника ковзання. Мастильний шар утворюється між вкладишем радіуса  $R_2$  і валом (цапфою) радіуса  $R_1$ , який обертається із сталою швидкістю  $\omega_0$  [с<sup>-1</sup>]. Кути  $\varphi_1$   $\varphi_2$  – початок і кінець робочої зони мастильного шару (див. рис. 1). Будемо вважати, що мастила ньютонівські, тобто їх динамічна в'язкість залежить від тиску і визначається за допомогою формули Баруса [15, 18]:

$$\mu = \mu_0 e^{\xi p(\varphi)}, \quad (1)$$

де  $\xi$  [Па<sup>-1</sup>] – п'єзоефіцієнт в'язкості мастил,  $\mu_0$   $\left[\frac{\text{Н}\cdot\text{с}}{\text{м}^2}\right]$  – динамічна в'язкість при атмосферному тиску. Вказані параметри залежать від температури і визначаються експериментально [19 - 21]. Характер поведінки в'язкості мастил при зміні тиску в підшипнику ковзання визначає градієнт в'язкості:

$$\frac{d\mu}{dp} = G_\mu(p) = \xi \mu_0 \cdot e^{\xi p(\varphi)}. \quad (2)$$

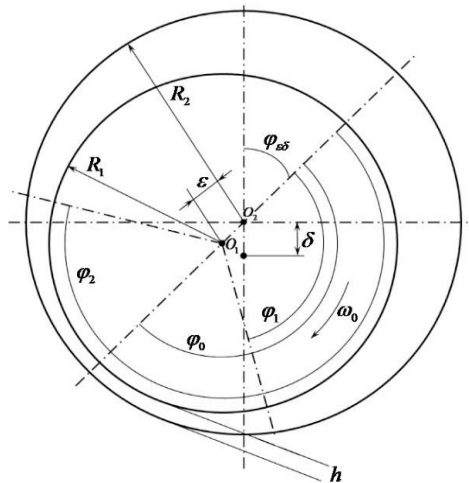


Рис. 1. Модель пари ковзання [2, 3]

Введемо нову безрозмірну функцію  $q(\varphi)$ , яка пов'язана із розшукуваним питомим тиском  $p(\varphi)$  так:

$$q(\varphi) = e^{-\xi \cdot p(\varphi)}, \quad p(\varphi) = -\xi^{-1} \ln q(\varphi). \quad (3)$$

Скориставшись диференціальним рівнянням Рейнольдса [6-9], відносно функції  $q(\varphi)$  не важко отримати наступну крайову задачу [2-3].

$$\frac{d}{d\varphi} \left( \tilde{h}^3 \frac{dq}{d\varphi} \right) = -\beta_p \frac{d\tilde{h}}{d\varphi}, \quad \varphi_1 < \varphi < \varphi_2; \quad (4)$$

$$\tilde{h}(\varphi) = \delta^{-1} h(\varphi) = 1 + \varepsilon_0 \cos \varphi; \quad (5)$$

$$q(\varphi_1) = q(\varphi_2) = 1; \quad q'(\varphi_2) = 0; \quad (6)$$

де  $h(\varphi)$  – товщина мастильного шару;  $\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon}{\delta}$  – відносний ексцентриситет;  $\varepsilon$  – ексцентриситет центрів тіл пар ковзання;  $\delta = (R_2 - R_1)$  – радіальний зазор (див. рис. 1).

В диференціальному рівнянні (4) безрозмірний коефіцієнт впливу  $\beta_p$  виражається через параметри підшипника ковзання і характеристики мастил

$$\beta_p = \frac{\pi G_{\mu 0} n_0}{5 \delta_0^2}, \quad (7)$$

де  $G_{\mu 0} = \xi \mu_0$  [с] – значення градієнту в'язкості (2) при атмосферному тиску;  $n_0 = \frac{30 \omega_0}{\pi} \left[ \frac{\text{обр}}{\% \text{хв}} \right]$  – частотою обертання цапфи;  $\delta_0 = \frac{\delta}{R_1}$  – відносний радіальний зазор підшипника ковзання.

## 2. Визначення питомого тиску в мастильному шарі

Після інтегрування рівняння (4), отримаємо

$$\frac{dq}{d\varphi} = -\beta_p \frac{\tilde{h} + C}{\tilde{h}^3}. \quad (8)$$

Враховуючи перші дві умови із (6) і теорему Ролля, можемо стверджувати, що на інтервалі  $(\varphi_1, \varphi_2)$  існує точка  $\varphi_0$ , в якій  $q'(\varphi_0) = 0$ . Остання рівність, після підстановки  $\varphi_0$  в рівняння (8) дає можливість невідому сталу  $C$  подати так:  $C = -\tilde{h}_0 = -1 - \varepsilon_0 \cos(\varphi_0)$ , а диференціальне рівняння переписати у вигляді

$$dq = -\beta_p \frac{\tilde{h}(\varphi) - \tilde{h}_0}{\tilde{h}^3(\varphi)} d\varphi. \quad (9)$$

Точний розв'язок диференціального рівняння (9), який задовольняє другій крайовій умові (6), запишемо у вигляді:

$$q(\varphi) = 1 - \beta_p \varepsilon_0 \int_{\varphi}^{\varphi_2} \frac{\cos \varphi_0 - \cos \psi}{(1 + \varepsilon_0 \cos \psi)^3} d\psi. \quad (10)$$

Рівняння для визначення кута  $\varphi_0$  отримаємо використавши першу граничну умову із (6):

$$q(\varphi_1) = 1; \Rightarrow \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{\cos \psi - \cos \varphi_0}{(1 + \varepsilon_0 \cos \psi)^3} d\psi = 0. \quad (11)$$

Далі, скориставшись другою формулою із (4), знайдемо розподіл питомого гідродинамічного тиску  $p(\varphi)$  в робочому шарі пари ковзання для неньютонівського мастила

$$p(\varphi) = \frac{-1}{\xi} \ln \left( 1 - \beta_p \varepsilon_0 \int_{\varphi}^{\varphi_2} \frac{\cos \varphi_0 - \cos \psi}{(1 + \varepsilon_0 \cos \psi)^3} d\psi \right). \quad (12)$$

Подання (12) питомого гідродинамічного тиску в мастильному шарі для неньютонівських мастил крім відносного ексцентриситету  $\varepsilon_0$  також містить коефіцієнт впливу  $\beta_p$ , який згідно формулі (7) залежить від параметрів підшипника ковзання і характеристики мастил, і, зокрема, від п'єзокоефіцієнту в'язкості мастил  $\xi$ . Саме останній визначає неньютонівський характер поведінки мастил, при  $\xi \rightarrow 0$  мастила стають ньютонівськими. Якщо в формулі (12) виконати граничний перехід:  $\xi \rightarrow 0$  ( $\beta_p \rightarrow 0$ ), скориставшись правилом Лопітала, то отримаємо розподіл питомого гідродинамічно тиску для ньютонівських мастил  $p_n(\varphi)$ .

$$p_n(\varphi) = \lim_{\xi \rightarrow 0} p(\varphi) = \frac{\pi \mu_0 n_0}{5 \delta_0^2} \varepsilon_0 \int_{\varphi}^{\varphi_2} \frac{\cos \varphi_0 - \cos \psi}{(1 + \varepsilon_0 \cos \psi)^3} d\psi. \quad (13)$$

### 3. Критерій рідинного тертя для неньютонівських мастил

Згідно формулі (12) питомий тиск в мастильному шарі буде невід'ємним і обмеженим лише при виконанні умови

$$0 \leq \tilde{q}_0(\varphi, \varepsilon_0) < \frac{1}{\beta_p}, \quad (14)$$

$$\tilde{q}_0(\varphi, \varepsilon_0) = \frac{1}{\beta_p} (1 + q(\varphi)) = \int_{\varphi}^{\varphi_2} \frac{\cos \varphi_0 - \cos \psi}{\tilde{h}^3(\psi)} d\psi.$$

Враховуючи, що функція  $q(\varphi)$  в точці  $\varphi_0$  досягає мінімуму, а в точках  $\varphi_1, \varphi_2$  максимуму, причому  $q(\varphi_1) = q(\varphi_2) = 1$ , то функція  $q_0(\varphi, \varepsilon_0)$  в точках  $\varphi_1, \varphi_2$  буде досягати мінімуму, причому  $\tilde{q}_0(\varphi_1, \varepsilon_0) = \tilde{q}_0(\varphi_2, \varepsilon_0) = 0$ , а в точці  $\varphi_0$  буде досягати максимуму:  $q_0(\varepsilon_0) = \tilde{q}_0(\varphi_0, \varepsilon_0) = \max_{\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2} \tilde{q}_0(\varphi, \varepsilon_0)$ . Наведенні міркування дозволяють зробити висновок: умовою застосовності мастил для заданих режимів роботи пари ковзання є виконання критерію:

$$\beta_p < K_\mu. \quad (15)$$

$$K_\mu = \frac{1}{q_0(\varepsilon_0)}; \quad q_0(\varepsilon_0) = \varepsilon_0 \int_{\varphi_0}^{\varphi_2} \frac{\cos \varphi_0 - \cos \psi}{(1 + \varepsilon_0 \cos \psi)^3} d\psi. \quad (16)$$

В умові (15) число  $K_\mu$  можна вважати критерієм обмеженості питомого тиску в робочій зоні підшипника ковзання, тобто перебування його в стані рідинного режиму тертя. У формулі (16) для визначення критерію  $K_\mu$  входять характерні кути пари ковзання: кінець робочої зони  $\varphi_2$  і кут максимального тиску  $\varphi_0$ . В роботі [17] доведено, що вказані характерні кути залежить тільки від відносного ексцентриситету  $\varepsilon_0$ , і отримані формули для їх визначення

$$\varphi_2 = \frac{180^\circ}{\pi} \left( 2.83 \cdot \arccos(\varepsilon_0) + 1.655 \sqrt{\varepsilon_0} \cdot \arcsin(\varepsilon_0) + 0.165 \sqrt{\varepsilon_0} \right); \quad (17)$$

$$\varphi_0 = \frac{180^\circ}{\pi} \left( 1.096 \cdot \arccos(\varepsilon_0) + 1.137 \sqrt{\varepsilon_0} \cdot \arcsin(\varepsilon_0) + 1.293 \sqrt{\varepsilon_0} \right). \quad (18)$$

Отже критерій  $K_\mu$  є функцією відносного ексцентриситету, в Таблиці 1 виписані його значення для різних значень  $\varepsilon_0$ . Це дає можливість, за допомогою умови (15), виконувати моніторинг режиму рідинного тертя в підшипнику ковзання при заданих технічних параметрах підшипника і заданій швидкості обертання цапфи, з урахуванням в'язкістних характеристик мастил. Слід зауважити, що оскільки для ньютонівських мастил  $\beta_p = 0$ , тому без урахування в математичній моделі підшипника ковзання неньютонівської поведінки мастил, критерій (15) отримати не можливо.

Таблиця 1. Значення критерію  $K_{\mu}$ 

$\varepsilon_0$	$K_{\mu}$	$\varepsilon_0$	$K_{\mu}$	$\varepsilon_0$	$K_{\mu}$	$\varepsilon_0$	$K_{\mu}$
0,01	85,1064	0,275	3,6912	0,525	1,5630	0,775	0,5184
0,05	17,3256	0,300	3,4008	0,55	1,4322	0,800	0,4386
0,075	11,6730	0,325	3,0942	0,575	1,3104	0,825	0,3630
0,100	8,8836	0,350	2,8254	0,600	1,1946	0,850	0,2910
0,125	7,3014	0,375	2,5890	0,625	1,0842	0,875	0,2244
0,150	6,2592	0,400	2,3760	0,65	0,9786	0,900	0,1620
0,175	5,4942	0,425	2,1810	0,675	0,8784	0,925	0,1074
0,200	4,9158	0,450	2,0034	0,700	0,7818	0,950	0,0594
0,225	4,4286	0,475	1,8480	0,725	0,6900	0,975	0,0216
0,250	4,0284	0,500	1,7028	0,750	0,6018	0,990	0,0055

Аналіз даних таблиці 1 показує, що значення  $K_{\mu}$  спадають по експоненті із ростом  $\varepsilon_0$ , а  $\ln K_{\mu}$  спадає приблизно як  $\text{ctg}(\varepsilon_0)$ . Скориставшись вказаними закономірностями і методами регресійного аналізу [4, 5, 17, 18], отримуємо наступну аналітичну залежність:

$$K_{\mu} = \exp\left\{0.4542\text{ctg}(3.1588\sqrt{\varepsilon_0} - 0.0902) - 2.7621\sqrt{\varepsilon_0} + 2.746\right\}. \quad (19)$$

Для верифікації отриманої математичної моделі (19), обчислені значення критерія за формулою формули (19), на рисунку 1, це синя суцільна лінія, і за допомогою сплайн апроксимації табличних даних, це точкова лінія чорного кольору. Результати обчислень показали практично повне співпадіння отриманих значень (98.97% - 99.75%), що підтверджує високу адекватність математичної моделі (19).

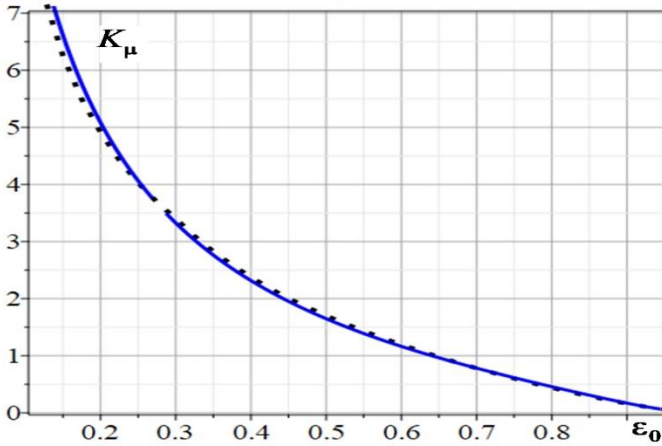


Рис.1. Верифікація математичної моделі (19) для  $K_\mu$

#### 4. Валідація критерію рідинного тертя для неньютонівських мастил $K_\mu$ .

Для валідації отриманого критерію досліджено на усталених режимах роботи основних типів суднових двигунів D1 – D10, наведених в таблиці 2, там же наведені деякі проектно-розрахункові параметри рамових і шатунних підшипників ковзання (ПК) цих двигунів, зокрема:

- питоме середнє навантаження рамових підшипників  $p_{ra}$ , МПа;
- питоме середнє навантаження шатунних підшипників  $p_{st}$ , МПа;
- максимально можлива частота обертання  $n_{max}$ , об/хв;
- штатні частота обертання  $n_0$ , об/хв;
- відносний радіальний зазор рамових підшипників  $\delta_{ra0}$ ;
- відносний радіальний зазор рамових підшипників  $\delta_{st0}$ .

В таблиці 3 наведені рекомендовані мастила для двигунів D1 – D10, а також значення їх динамічної в'язкості  $\mu_0$  і п'єзокоефіцієнту в'язкості  $\xi$ , при основних температурах в робочому циклі мащення: 60°C, 80°C, 90°C.

Данні наведені в таблицях 2 і 3 дають можливість розрахувати значення відносного ексцентриситету  $\epsilon_0$ , критерію  $K_\mu$  і коефіцієнту впливу  $\beta_p$ . Ці значення для рамових і шатунних підшипників ковзання для двигунів D1 – D10 наведені відповідно в таблицях 4 і 5.

Таблиця 2. Робочі параметри рамових і шатунних ПК

D	Двигун	$P_{ra}$ , МПа	$P_{st}$ , МПа	$n_{max}$ , об/хв	$n_0$ , об/хв	$\delta_{ra0} \cdot 10^3$	$\delta_{st0} \cdot 10^3$
1	Sulzer 9RTA84C	8...12	10...14	102	90...100	0,714... 0,952	1,00... 1,28
2	Sulzer 7RTA68	8...12	10...14	102	90...100	0,882... 1,176	1,25... 1,61
3	MAN B&W 6S50ME	6...10	8...12	127	120	0,962... 1,346	1,25... 2,00
4	MAN 12V48/60CR	5...8	7...10	514	500	0,833... 1,25	1,32... 1,84
5	Wärtsilä 46F	7...10	9...13	600	540... 600	1,087... 1,522	1,58... 2,11
6	Wärtsilä 9L32	4...7	6...9	750	720	1,25... 1,875	1,92... 2,69
7	MAN 8L27/38	4...6	5...8	800	720...750	1,481... 2,222	2,27... 3,18
8	Yanmar 6EY22	5...7	6...9	1000	720...900	1,364... 2,273	2,22... 3,33
9	MTU 20V4000	6...9	8...12	1900	1800	1,50... 2,50	2,22... 3,33
10	MTU 16V4000 M93	6...9	8...12	1900	1800	1,50... 2,50	2,22... 3,33

Таблиця 3. Мاستила та їх динамічні в'язкості і п'єзокоєфіцієнт в'язкості при різних температурах для двигунів D1 – D10

D	Мастило	$\mu_0 \cdot 10^3$ , Па·с			$\xi \cdot 10^8$ , Па <sup>-1</sup>		
		60°	80°	90°	60°	80°	90°
1	Total Atlanta Marine D3005	42,08	26,93	21,54	3,3	3	2,8
2	BP Vanellus Multi	48,51	31,04	24,83	2,9	2,6	2,4
3	Mobilgard™ 300	41,56	26,6	21,28	2,9	2,6	2,4
4	Shell Argina T	44,62	28,56	22,85	3,4	3,1	2,9
5	Chevron Delo 400 MGX	46,98	30,07	24,05	3,9	3,6	3,4
6	Castrol CDX 30	41,82	26,76	21,41	2,4	2,1	1,9
7	Shell Rimula R4X15W-40	47,08	30,13	24,10	3,9	3,6	3,4
8	Yanmar Genuine Oil 15W-40	43,68	27,96	22,36	3,4	3,1	2,9
9	Exxon Mobil Delvac 1LE5W-30	36,57	23,41	18,73	2,4	2,1	1,9
10	Mobil Delvac MX 15W-40	49,5	31,68	25,34	2,4	2,1	1,9

Зауважимо, що Таблицях 4 і 5 наведені максимально можливі значення відносного ексцентриситету  $\varepsilon_0$  для кожного типу двигуна на усталених режимах. Значення  $\varepsilon_0$  можуть бути визначенні також онлайн в процесі експлуатації для кожного двигуна за допомогою віброметрів, індикаторів стану підшипників, аналізаторів стану підшипників, та іншого обладнання. Інші параметри розраховані за допомогою формул (7) і (19) з використанням даних таблиць 2 і 3.

Таблиця 4. Верифікація критерію  $K_\mu$  для рамових ПК

D	$\varepsilon_0$	$K_\mu$	$\beta_p$		
			60°	80°	90°
1	0.82	0.398	0.171	0.099	0.074
2	0.80	0.459	0.114	0.065	0.048
3	0.75	0.616	0.098	0.056	0.042
4	0.65	0.964	0.686	0.401	0.300
5	0.65	0.964	0.585	0.345	0.261
6	0.59	1.342	0.291	0.163	0.118
7	0.55	1.390	0.394	0.233	0.176
8	0.45	1.953	0.452	0.264	0.197
9	0.43	2.090	0.441	0.247	0.179
10	0.43	2.090	0.597	0.334	0.242

Таблиця 5. Значення критерію  $K_\mu$  для шатунних ПК

D	$\varepsilon_0$	$K_\mu$	$\beta_p$		
			60°	80°	90°
1	0.83	0.368	0.087	0.051	0.038
2	0.80	0.459	0.057	0.032	0.024
3	0.72	0.715	0.058	0.033	0.025
4	0.65	0.964	0.275	0.161	0.120
5	0.70	0.783	0.277	0.164	0.124
6	0.59	1.207	0.123	0.069	0.050
7	0.57	1.296	0.168	0.099	0.075
8	0.50	1.649	0.170	0.099	0.074
9	0.47	1.825	0.201	0.113	0.082
10	0.45	1.953	0.272	0.152	0.110

### Висновки і перспективи подальших досліджень.

Проведене числове моделювання дозволило зробити наступні, важливі для застосування висновки:

при збільшенні навантаження на ПК і зменшенні частоти обертання цапфи значення відносного ексцентриситету  $\varepsilon_0$  зростає, при цьому для шатунних ПК значення  $\varepsilon_0$  дещо більше ніж у рамових;

критерій (15) виконується для усталених режимів рамових і шатунних ПК, при основних температурах в робочому циклі мащення: 60°C, 80°C, 90°C, для основних типів суднових двигунів D1 – D10;

для нових мастил, наведених в Таблиці 3, критерій (15) виконується при робочих температурах, і на етапі запуску двигунів не призводить до критичного зростання гідродинамічного, тобто ПК буде працювати в рідинному режимі.

В процесі експлуатації суднових двигунів за рахунок забруднення відбувається збільшення кінетичної в'язкості мастил, що може призвести до зростання значень коефіцієнту впливу  $\beta_p$ . Це свідчить про необхідності розробки методики регулярного контролю значення  $\beta_p$  і моніторингу виконання критерію (15) в процесі експлуатації.

#### ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Gazi Kocak, Veysel Gokcek, Yakup Genc. Condition Monitoring and Fault Diagnosis of a Marine Diesel Engine with Machine Learning Techniques. *Pomorstvo*, 2023. 37(1), pp. 32–46. <https://doi.org/10.31217/p.37.1.4>

2. Kryvyi, O.; Miyusov, M. V.; Kryvyi, M. New mathematical models for the load factor of slip pairs in the ship propulsion system for non-Newtonian lubricants. *Pomorstvo*. 2024, 38(1), 114–125. <https://doi.org/10.31217/p.38.1.9>

3. Kryvyi O., Miyusov M. V., Kryvyi M.: New Mathematical Models for Coefficients of Hydrodynamic Resistance to Rotation and Friction of Sliding Bearings of Ship Propulsion System for non-Newtonian Lubricants. *TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation*, 2025. Vol. 19, No. 3, pp. 1029-1039, doi:10.12716/1001.19.03.38,

4. Kryvyi, O.; Miyusov M.; Kryvyi M. Construction and Analysis of New Mathematical Models of the Operation of Ship Propellers in Different Maneuvering Modes. *Trans Nav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation*. 2023, 17 (1), 95-102. doi:10.12716/1001.17.01.09

5. Kryvyi, O.; Miyusov, M. V.; Kryvyi, M. Analysis of Known and Construction of New Mathematical Models of Forces on a Ship's Rudder in an Unbounded Flow. Analysis. *Trans Nav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation*. 2023, 17(4), 831-839. DOI:10.12716/1001.17.04.09
6. Korovchinsky, M. V. Theoretical basis for plain bearings operation. *Mashgiz*, M. 1959. 403p.
7. Wael A. Altabey. Chapter 14 - Sliding bearings, Editor(s): Wael A. Altabey, *Fundamentals of Machine Component Design*, Elsevier, 2024. P. 331-353. <https://doi.org/10.1016/B978-0-443-21449-3.00010-4>.
8. S. Balakrishnan, C.E. Baker, H. Rahnejat, (2010) 18 - Fundamentals of hydrodynamic journal bearings: an analytical approach, Editor(s): Homer Rahnejat, *Tribology and Dynamics of Engine and Powertrain*, Woodhead Publishing, Pages 591-614, <https://doi.org/10.1533/9781845699932.2.591>.
9. Deters, L. Plain Bearings. In: Mang, T. (eds) *Encyclopedia of Lubricants and Lubrication*. Springer, Berlin, Heidelberg. 2014. 354p. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-22647-2\\_14](https://doi.org/10.1007/978-3-642-22647-2_14).
10. B. Hamrock, S. Schmid, B. Jacobson *Fundamentals of Fluid Film Lubrication*, 2nd Ed. *Marcel Dekker Inc, N.Y.* 2004. 289 p. <https://doi.org/10.1201/9780203021187>
11. Habchi, W., Bair S. Quantifying the inlet pressure and shear stress of elastohydrodynamic lubrication. *Tribology Int*, 2023. 182(8):108351. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2023.108351>
12. Litwin, W. Marine Propeller Shaft Bearings under Low-Speed Conditions: Water vs. Oil Lubrication. *Tribology Transactions*. 2019. 62(5), 839–849. <https://doi.org/10.1080/10402004.2019.1625991>
13. He T., Zou D., Lu X., Guo Y., Wang Z., Li W. Mixed-lubrication analysis of marine stern tube bearing considering bending deformation of stern shaft and cavitation. *Tribology International*. 2014. 73, 108-116. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2014.01.013>.
14. Сагін, С.В.; Кривий, М.О. Розрахунок контактної тиску та зони контакту в парах ковзання судових дизелів. *Автоматизація судових технічних засобів: наук.-техн. зб.* Одеса: НУ "ОМА". 2021, 27. 84 – 92. DOI: 10.31653/1819-3293-2021-1-27-84-92.
15. Кривий, М.О.; Сагін, С.В. Визначення впливу властивостей моторних мастил на розподіл тиску в парах ковзання судових дизелів. *Суднові енергетичні установки : науково-технічний збірник*. Одеса: НУ «ОМА». 2021, 43, 18-24. doi: 10.31653/smf43.2021.18-24.

16. Сагін, С.В.; Кривий, М.О. Визначення розподілу тиску в шарі неньютонівських мастил у судових енергетичних установках. *Вісник ОНМУ*. 2020, 2(62), 160-170. <https://doi.org/10.47049/2226-1893-2020-2-160-170>.

17. Кривий, М. О. Визначення характерних кутів пар ковзання судових енергетичних установок. *Суднові енергетичні установки : науково-технічний збірник*. Одеса: НУ «ОМА». 2023, 47, 32-45. DOI: 10.31653/smf47.2023. 32-45.

18. Кривий М. О. Вдосконалення критеріїв для визначення режимів роботи підшипників ковзання судового пропульсивного комплексу. *Суднові енергетичні установки: науково-технічний збірник*. Одеса: НУ «ОМА». 2024, 49, 54 – 68. DOI: 10.31653/smf49.2024. 54-68.

19. Jao, T.C., Verhelst, A. Marine Engine Oils. In: Wang, Q.J., Chung, Y.W. (eds) *Encyclopedia of Tribology*. Springer, Boston, MA. 2013. [https://doi.org/10.1007/978-0-387-92897-5\\_952](https://doi.org/10.1007/978-0-387-92897-5_952)

20. H. van Leeuwen. The determination of the pressure - viscosity coefficient of a lubricant through an accurate film thickness formula and accurate film thickness measurements. *Proc. of the I. Mech. E, Part J: of Engineering Tribology*. 2009. 223 (8), 1143-1163. doi:10.1243/13506501JET504

21. H. van Leeuwen. The determination of the pressure–viscosity coefficient of a lubricant through an accurate film thickness formula and accurate film thickness measurements. Part 2. *Proc. of the I. Mech. E, Part J: J. of Engineering Tribology*. 2011. 225 (6), 449-464. doi:10.1177/1350650111398405

22. Lotfizadeh Dehkordi B, Shiller PJ and Doll GL. Pressure- and Temperature-Dependent Viscosity Measurements of Lubricants with Polymeric Viscosity Modifiers. *Front. Mech. Eng*. 2019. 5:18. doi: 10.3389/fmech.2019.00018

23. Zhou Y, Li W, Stump BC, Connatser RM, Lazarevic S, Qu J. (2018) Impact of Fuel Contents on Tribological Performance of PAO Base Oil and ZDDP. *Lubricants*. 2018; 6(3):79. <https://doi.org/10.3390/lubricants6030079>

24. Matsushita, O., Tanaka, M., Kobayashi, M., Keogh, P., Kanki, H. Basics of Plain Bearings. In. *Vibrations of Rotating Machinery. Mathematics for Industry*. Springer, Tokyo. 2019. [https://doi.org/10.1007/978-4-431-55453-0\\_2](https://doi.org/10.1007/978-4-431-55453-0_2)

25. Spikes, H. A. The half-wetted bearing. Part 1: Extended Reynolds equation. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. 2003, 217(1), 1-14. doi:10.1243/135065003321164758.

26. Spikes, H. A. The half-wetted bearing. Part 2: Potential application in low load contacts. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. 2003, 217(1), 15-26. doi:10.1243/135065003321164776

27. Sun, J.; Gui, C.L. Hydrodynamic lubrication analysis of journal bearing considering misalignment caused by shaft deformation. *Tribol. Int.* 2004, 37, 841–848. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2004.05.007>.

28. Singh, U.; Roy, L.; Sahu, M. Steady-state thermo-hydrodynamic analysis of cylindrical fluid film journal bearing with an axial groove. *Tribology International*. 2008, 41(12), 1135-1144. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2008.02.009>.

29. Brito, F.P.; Miranda, A.S.; Claro, J.C.; Fillon, M. Experimental comparison of the performance of a journal bearing with a single and a twin axial groove configuration. *Tribology International*, 2012. 54, 1-8. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2012.04.026>.

30. Gertzos, K. P.; Nikolakopoulos, P.G.; Papadopoulos, C.A. CFD analysis of journal bearing hydrodynamic lubrication by Bingham lubricant. *Tribology International*. 2008, 41(12), 1190-1204. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2008.03.002>.

31. Manshoor, B.; Jaat, M.; Zaman, I.; Khalid, A. CFD Analysis of Thin Film Lubricated Journal Bearing. *Procedia Engineering*. 2013, 68, 56-62, <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2013.12.147>.

32. Balakrishnan, S.; Baker, C.E.; Rahnejat, H. 18 - Fundamentals of hydrodynamic journal bearings: an analytical approach. Editor(s): Homer Rahnejat, *Tribology and Dynamics of Engine and Powertrain*, Woodhead Publishing. 2010, 591-614. <https://doi.org/10.1533/9781845699932.2.591>.

33. Benasciutti, D.; Gallina, M.; Munteanu, M. G.; Flumian, F. A Numerical Approach for the Analysis of Deformable Journal Bearings. *Fra&IntStrut* 2012, 6, 37-45. <https://doi.org/10.3221/IGF-ESIS.21.05>

34. Nikolic, N.; Torovic, T.; Antonic Z. A procedure for constructing a theoretical wear diagram of IC engine crankshaft main bearings *Mechanism and Machine Theory*, 2012, 58, 120-136. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2012.07.009>.

35. Sfyris, D.; Chasalevris, A. An exact analytical solution of the Reynolds equation for the finite journal bearing lubrication. *Tribology Int.* 2012, 55, 46-58, <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2012.05.013>.

36. Chasalevris, A.; Sfyris, D. Evaluation of the finite journal bearing characteristics, using the exact analytical solution of the Reynolds equation. *Tribol Int.* 2013, 57, 216-234. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2012.08.011>.

37. Vencel, A.; Rac, A. Diesel engine crankshaft journal bearings failures. *Case study, Engineering Failure Analysis.* 2014, 44, 217-228. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2014.05.014>.

38. Wei, L.; Wei, H.; Duan, S. and Zhang, Y. An EHD-mixed lubrication analysis of main bearings for diesel engine based on coupling between flexible whole engine block and crankshaft. *Industrial Lubrication and Tribology.* 2015, 67(2), 150-158. <https://doi.org/10.1108/ILT-08-2013-0088>.

39. Cherabi, B.; Hamrani, A.; Belaidi, I.; Khelladi, S.; Bakir, F. An efficient reduced-order method with PGD for solving journal bearing hydrodynamic lubrication problems. *Comptes Rendus. Mécanique.* 2016, 344(10), 689-714. doi:10.1016/j.crme.2016.05.006.

40. Заблоцький Ю. В.; Сагін, А. С. Визначення динамічних навантажень під час зміни режимів мащення прецизійних пар паливної апаратури суднових дизелів. Суднові енергетичні установки : науково-технічний збірник. Одеса: НУ «ОМА». 2022, 44. 121-131. doi: 10.31653/smf44.2022.121-131.

41. Zablotsky Yu.V.; Sagin S.V.; Enhancing Fuel Efficiency and Environmental Specifications of a Marine Diesel When using Fuel Additives. *Indian Journal of Science and Technology.* 2016, 9(46), 353-362. DOI: 10.17485/ijst/2016 /v9i46/107516.

42. Sagin, S.; Karianskyi, S.; Madey, V.; Sagin, A.; Stoliaryk, T.; Tkachenko, I. Impact of Biofuel on the Environmental and Economic Performance of Marine Diesel Engines. *J. Mar. Sci. Eng.* 2023, 11, 120. <https://doi.org/10.3390/jmse11010120>