

10.31653/smf48.2024.5-17

Богач В.М., Парменова Д.Г., Обертюр К.Л.

Національний університет «Одеська морська академія»

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ МАСТИЛА ПО ДЗЕРКАЛУ ЦИЛІНДРА

Розширення використання на суднах довгоходових двигунів, їхнє форсування, застосування важких сортів палива з завищеним вмістом сірки й збереження при цьому надійності й довговічності роботи дизелів підвищує актуальність питань організації мащення сполучень циліндро-поршневої групи (ЦПГ) і вимагає оптимального їхнього рішення.

З появою швидкісних компютерів, інтенсивно розвивається обчислювальне експериментування, що вимагає опису досліджуваного об'єкта за допомогою рівнянь (математичних моделей).

Існуючі математичні моделі руху мастила в каналі стінки циліндра дають можливість проводити аналіз роботи системи на часткових режимах, користуючись єдиними параметрами, однаковими критеріями оцінки, що дозволяє коректно здійснювати порівняльний аналіз поведінки різних каналів, оцінювати переваги й недоліки кожного з них, проводити обґрунтований вибір найбільш доцільних варіантів.

Важливо мати можливість прогнозувати найважливіші експлуатаційні показники якості роботи систем у цілому, знати шляхи й способи їхнього поліпшення. При цьому доводиться розв'язувати питання оптимального проектування цих складних систем і оптимального керування ними. І в цьому випадку необхідний системний підхід, загальні методи оптимізації.

Як показує аналіз наявних досліджень [1,2], до тепер практично не вивчений рух мастила за межами каналів, а саме по поверхні дзеркала циліндра.

Рух мастила по дзеркалу циліндра являє собою стікання його по гладкій твердій поверхні, рис.1а, під дією сили тяжіння. Товщина плівки завжди виявляється значно менше її ширини, а отже, рух мастила в цьому випадку можна розглядати як двовимірний.

Те ж саме справедливо для випадку, коли плівка стікає вниз по поверхні, що має заглиблення (при зустрічі з розподільною канавкою), рис.1б, за умови, що радіус канавки багато більше товщини

плівки. Витрата мастила в такій плівці визначається співвідношенням його ваги, в'язкості й сил, що діють на поверхні поділу газ-рідина.

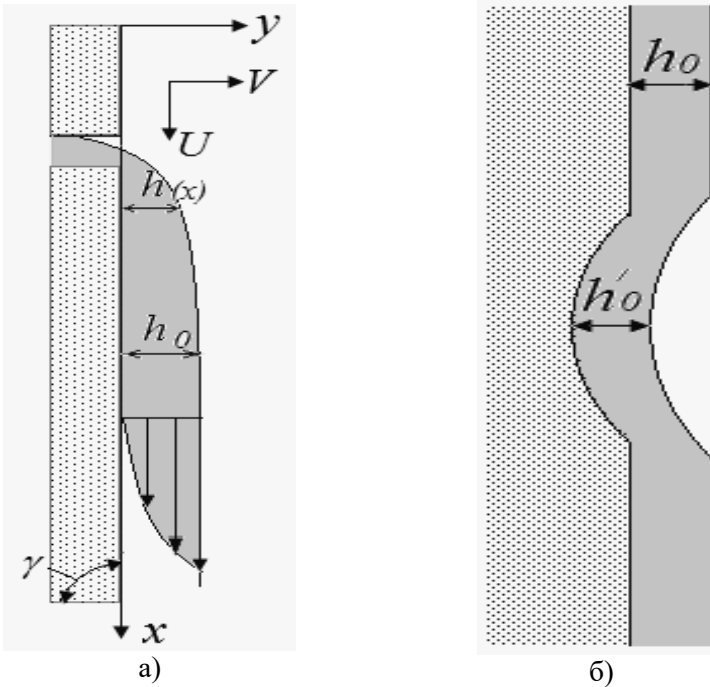


Рис.1. Характер руху мастила при вільному стіканні по дзеркалу циліндра: а) по рівній поверхні: б) по поверхні з канавкою

Кількісний опис такого руху вважається вичерпним, якщо визначені компоненти вектора швидкості, тиск у мастилi й товщина плівки. Ці характеристики можуть бути отримані за допомогою вирішення основних рівнянь механіки суцільних середовищ, що включають рівняння перенесення імпульсу, нерозривності й макроскопічного балансу.

Математичний опис плівок, що стікають по поверхні, ґрунтується на фізичній моделі [1], показаній на рис.1. Плівка стікає вниз по твердій поверхні $y=0$, і математична модель руху записується системою диференціальних рівнянь, що зв'язують компоненти вектора швидкості u і v , тиск P і товщину h . Для Ньютонівської рідини основними рівняннями, що описують рух, є рівняння Нав'є - Стокса, рівняння нерозривності й рівняння макроскопічного балансу. Для

вертикальної плівки мастила на дзеркалі циліндра кут нахилу поверхні до горизонту $\gamma=90^\circ$.

Умови однозначності рішення системи зазначених рівнянь представлені чотирнадцятьма початковими й граничними умовами. З огляду на стаціонарність руху, три початкових умови u , v і h стають непотрібними. Те ж саме можна сказати про одну із граничних умов для тиску P , оскільки розподіл його уздовж y завжди визначається з точністю до довільної постійної. Таким чином, необхідно задати десять граничних умов для функцій $u(x,y,t)$, $v(x,y,t)$ і $P(x,y,t)$ або їхніх похідних при $x=0$ і $x=l$, а також при $y=0$ і $y=h(x,t)$.

Оскільки довжина плівки значно більше, ніж її товщина, істотно важливі лише асимптотичні рішення при $x \rightarrow \infty$ і, таким чином, граничні умови по поздовжній координаті стають непотрібними. Отже, для вирішення завдання потрібно лише чотири граничних умови. Вони виражають умову "прилипання" на твердій стінці $y=0$ і умови рівноваги сил на міжфазовій поверхні газ-рідина:

$$y = 0, \quad u = v = 0,$$

$$y = h, \quad p_{nL} = p_\sigma + p_{nG}, \quad p_{\tau L} = p_{\tau G},$$

$$u_{nG} = u_{nL}, \quad u_{\tau G} = u_{\tau L},$$

де

$$p_{nL} = -p - 2\mu \frac{1-h'^2}{1+h'^2} \frac{\partial u_L}{\partial x} - 2\mu \frac{h'}{1+h'^2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right),$$

$$p_\sigma = \frac{\sigma h''}{(1+h'^2)^{3/2}},$$

$$p_{\tau L} = \mu \frac{1-h'^2}{1+h'^2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) - 4\mu \frac{h'}{1+h'^2} \frac{\partial u}{\partial x}.$$

Верхній штрих тут і всюди далі означає диференціювання по x , нижній індекс G - приналежність до газової фази, L - до рідкого, σ - коефіцієнт поверхневого натягу рідини, P_n і P_τ - нормальна й дотична

компоненти тензора напруг на поверхні розділу газ-мастило, а P_{σ} - капілярний тиск.

Розглянемо ламінарний режим руху плівки мастила по поверхні дзеркала циліндра. Він може існувати при витратах, менших, чим деяке критичне значення, що залежить від властивостей рідини (поверхневого натягу, в'язкості), властивостей твердої поверхні (наприклад, її шершавості), наявності поверхнево-активних речовин (ПАР) і т.п.

Хвильові режими по суті також є ламінарними, і для них характерно, що хвилі поширюються уздовж плівки з фазовою швидкістю, що перевищує швидкість часток мастила на поверхні. Установлено, що при $Re > Re_{кр}$ хвилі з'являються на поверхні плівки лише на певній відстані від розподільника рідини, що називають лінією початку хвиль.

Довжина початкової без хвильової області залежить від конструкції пари тертя "кільце-дзеркало циліндра" і наявності поверхнево-активних речовин. Вона збуває зі збільшенням числа Рейнольдса. Наявність забруднень із поверхнево-активними властивостями, навпаки збільшує цю область.

Імовірно, причиною появи збурення, що приводять до розвитку системи хвиль на поверхні плівки, є крапка K (рис.2а), у якій здійснюється перехід від режиму руху між двома паралельними твердими стінками до руху з вільною поверхнею.

Ламінарний рух плівки мастила є по суті сталим, оскільки на її поверхні відсутні хвилі. Такий рух може існувати на всьому протязі довжини плівки (при досить малих числах Рейнольдса) або тільки на початковій ділянці. Експериментальні результати свідчать про те, що плівки, на поверхні яких не формуються хвилі, спостерігаються аж до $Re = 6$.

Встановлено, що перехід до турбулентного режиму відбувається в діапазоні $250 < Re_{кр} > 500$. Це може бути пояснено перехідною природою й властивостями поверхні хвиль.

Іноді для визначення критичного числа Рейнольдса використовують експериментальні дані по перенесенню маси в рідких плівках. Однак варто прийняти, що перехідний режим, безсумнівно, існує. Отже, режим руху плівки мастила варто розглядати як турбулентний при $Re > 500$.

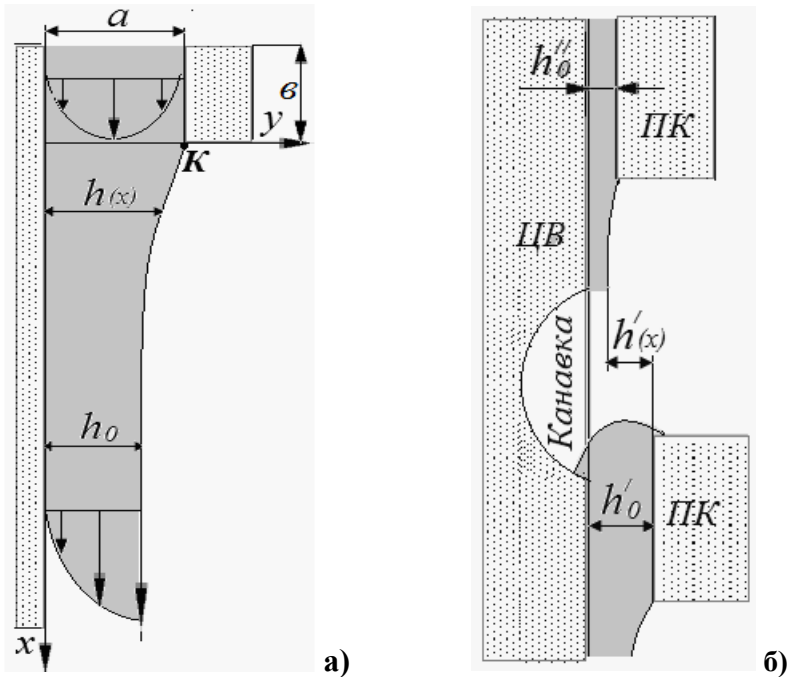


Рис. 2. Типи розподілу мастила між дзеркалом і поршневим кільцем:
 а - на гладкій поверхні ЦВ; б - на поверхні ЦВ при зустрічі з канавкою

Математична модель ламінарного руху плівки мастила по дзеркалу циліндра виходить із рівнянь Нав'є-Стокса, нерозривності й макроскопічного балансу (з урахуванням граничних умов) за умови, що

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

Для вирішення гідродинамічного завдання необхідно сформулювати дві граничні умови по координаті x . Перша з них (при $x=0$), як це видно з рис.2, залежить від конструкції пари тертя.

Розглянемо два граничних випадки: параболічний профіль швидкості (рис.2) або однорідний вхідний профіль (рис.1). Обидва типи умови можна записати у вигляді

$$x = 0, \quad u = u_0, \quad v = 0, \quad p = const, \quad h = h_0' - h_0'' \quad (2)$$

де

$$u_0 = const, \quad \text{або} \quad u_0 = u_0(y).$$

Друга гранична умова виставляється на кінці плівки. Вона залежить від способу видалення мастила з поверхні. Оскільки звичайно довжина плівки l значно перевершує її товщину h , цю граничну умову варто сформулювати при $x \rightarrow \infty$.

Правда, такий розгляд не може бути наслідком апріорної фізичної передумови, а дає лише асимптотичне рішення поставленого завдання при $x \rightarrow \infty$. Реально, можна використати граничну умову при $x=l$, але це не підвищить практичної цінності рішення.

Рух ламінарної плівки мастила залежить від різних факторів, зв'язаних як з об'ємними [1,5] (кут нахилу твердої поверхні, в'язкість рідини), так і з поверхневими динамічними впливами (рух прилеглого газу, поверхнева пружність, пов'язана з адсорбцією поверхнево-активних речовин і ін.).

Поверхня рідкої плівки, що стікає, практично вільна від напруг, якщо немає динамічної взаємодії (або вона досить мала) з газом і якщо поверхневий натяг сталий уздовж всієї довжини плівки.

У цьому випадку гранична умова істотно спрощується внаслідок того, що:

$$P_{nG} = 0, \quad P_{\tau G} = 0. \quad (3)$$

Рух плівки з вільною поверхнею зображене на рис.2а. Мастило проходить через щілину шириною a , і залежно від витрати Q , конструкції розподільника й довжини щілини b можуть бути реалізовані різні варіанти вхідного профілю швидкості плівки. При $b > 0,08aRe$ реалізується розвитий параболічний профіль.

При досить довгих плівках ($l \geq h$), розподіл швидкості виходить як рішення завдання із граничною умовою (2) і обліком співвідношень (1) і (3). Завдання представляється в безрозмірному виді за допомогою наступних змінних:

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{l_0}, & Y &= \frac{y}{h_0' - h_0''}, & U &= \frac{u}{\bar{u}}, & V &= \frac{v}{\varepsilon_0 \bar{u}}, \\ P &= \frac{p}{\rho \bar{u}^2}, & H &= \frac{h}{h_0' - h_0''}, & \varepsilon_0 &= \frac{h_0' - h_0''}{l_0}. \end{aligned} \quad (4)$$

Тут $h_0' - h_0''$ і $\bar{u} = Q / (h_0' - h_0'')$ позначають середню товщину плівки й середню по поперечному перерізі плівки швидкість рідини.

Підставлення співвідношень (1), (3) і (4) у вихідні рівняння приводить до наступного крайового завдання, сформульованого в безрозмірних змінних:

$$\varepsilon_0 \left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) + \varepsilon_0 \frac{\partial P}{\partial X} = \frac{1}{Fr} + \frac{1}{Re} \left(\varepsilon_0^2 \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right), \quad (5)$$

$$\varepsilon_0^2 \left(U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) + \frac{\partial P}{\partial Y} = \frac{\varepsilon_0}{Re} \left(\varepsilon_0^2 \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right), \quad (6)$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0, \quad (7)$$

$$H' = (V/U)_{Y=H}, \quad (8)$$

$$Y = 0, \quad U = V = 0, \quad (9)$$

$$Y = H, \quad P + \frac{\varepsilon_0^2 H''}{We(1 + \varepsilon_0^2 H'^2)^{3/2}} + \frac{2\varepsilon_0}{Re} \frac{1 - \varepsilon_0^2 H'^2}{1 + \varepsilon_0^2 H'^2} \frac{\partial U}{\partial X} \quad (10)$$

$$+ \frac{2\varepsilon_0}{Re} \frac{H'}{1 + \varepsilon_0^2 H'^2} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \varepsilon_0^2 \frac{\partial V}{\partial X} \right) = 0,$$

$$Y = H, \quad \frac{\partial U}{\partial Y} + \varepsilon_0^2 \frac{\partial V}{\partial X} - \varepsilon_0^2 \frac{4H'}{1 - \varepsilon_0^2 H'^2} \frac{\partial U}{\partial X} = 0, \quad (11)$$

Рішення завдання можна одержати, додаючи до зазначеної системи рівнянь граничні умови при $X=0$ і $X \rightarrow \infty$. Останнє можна уточнити, вирішуючи систему (5)...(11) у нульовому наближенні по ε_0 :

$$\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = -\frac{Re}{Fr}, \quad \frac{\partial P}{\partial Y} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0,$$

$$Y = 0, \quad U = V = 0,$$

$$Y = H, \quad P = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial Y} = 0, \quad H'U - V = 0.$$

Це рішення виписується безпосередньо:

$$U = \frac{Re}{Fr} (Y - Y^2/2), \quad V \equiv 0, \quad P \equiv 0, \quad H \equiv 1. \quad (12)$$

Підставлення істинних значень величин дає наступний вираз для розрахунку швидкості руху плівки мастила по дзеркалу:

$$u = \bar{u} \frac{g(h_0' - h_0'')^3}{Q\nu} \left(\frac{y}{h_0' - h_0''} - \frac{y^2}{2(h_0' - h_0'')^2} \right).$$

Чисельне рішення системи (5)...(11) показало, що рівняння (12) справедливо, якщо $l_0 \geq Reh_0$. Експериментальна перевірка цих результатів звичайно здійснюється виміром поверхневої швидкості, профілю швидкості й товщини плівки.

Вікна камери лабораторного стенда й використання прозорих ділянок нагнітального тракту (рис.3) дозволяли вести візуальні спостереження за скороминучими процесами як у каналі, так і за його межами - на дзеркалі циліндра [1,3]. Для візуального спостереження за процесом подачі мастила в циліндр, у загальну схему стенда включена швидкісна кінокамера.

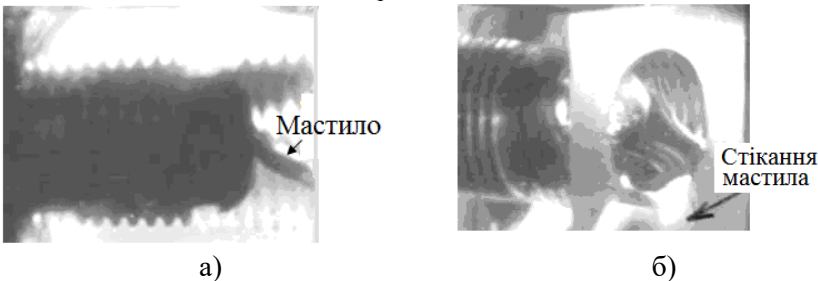


Рис.3. Кінокадри (прозора модель) руху мастила:
а) по каналу; б) по дзеркалу

Слід зазначити, що в роботах присвячених даному питанню не враховані такі фактори як вплив ПАР або рух газу, а стосовно до суднових двигунів необхідно враховувати також наявність розподільних канавок на дзеркалі циліндра. Як видно з рис.2б, при русі поршневого кільця повз канавки плівка мастила руйнується (частково або повністю), що значно погіршує умови змазування пари тертя "поршневе кільце – дзеркало циліндра".

Є дослідження, з яких досить чітко проглядається негативний вплив канавок на ефективність роботи систем мащення [4]. При вивченні впливу прориву газів на тепловий стан ЦПГ сучасних суднових двигунів виявилось, що при наявності мастильних канавок максимальна температура під верхнім поршневим кільцем на 50° вище, ніж без них. Максимальна температура циліндра, за тих самих умов, відрізнялася на 20° .

Відомо, що з ростом температури інтенсифікуються процеси окислювання вуглеводнів мастила. З деякого рівня в ньому зростає вміст смол, асфальтенів, карбенів, карбідів і окисикислот, з яких останні при подальшому нагріванні в присутності кисню конденсуються в клейку масу, що покриває поверхні ЦПГ лаковою плівкою. Бувши поганим провідником, лак порушує умови теплопередачі. У зв'язку із цим, питання про доцільність канавок заслуговує окремих досліджень.

Ламінарний рух плівки звичайно асоціюється з існуванням на поверхні плівки дотичних напружень, що викликані динамічним впливом прилеглої газової фази. При відсутності вимушеного руху газу ці напруження звичайно не беруться в розрахунок.

Змушений рух газу істотно впливає на рух плівки. Цей вплив звичайно враховується в граничній умові рівноваги сил на поверхні газ-рідина через величини p_{nG} і $p_{\tau G}$:

Цікавим представляється розгляд одночасного руху рідкої плівки мастила й газового потоку в тому випадку, коли останній є турбулентним.

Оцінка розподілу швидкості в цьому випадку є досить трудомістким завданням. Тому, тут розглянута лише перша її стадія, що складається в одержанні асимптотичного рішення для великих значень x .

Крайове завдання формулюється аналогічно розглянутим вище. Припускаючи, що вихрова в'язкість залежить тільки від поперечної координати, можна записати

$$\frac{v_G^{(t)}}{\bar{u}_G r} = L^2 \frac{\partial U_G}{\partial Y_G}.$$

Закон згасання довжини шляху перемішування передбачається наступним:

$$L = \chi(Y_G - \varepsilon_1 H)^k.$$

Звідси при $\varepsilon = \varepsilon_G = 0$ задача приймає вид

$$\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = \mp \frac{\text{Re}}{\text{Fr}}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial P_G}{\partial X_G} = \frac{\partial}{\partial Y} \left\{ \left[1 + \text{Re}_G \chi^2 (Y_G - \varepsilon_1 H)^{2k} \frac{\partial U_G}{\partial Y_G} \right] \frac{\partial U_G}{\partial Y_G} \right\}, \quad (14)$$

$$Y = 0, \quad U = V = 0, \quad Y = H, \quad Y_G = \varepsilon_1 H, \quad U_G = \theta_2 U, \quad (15)$$

$$\frac{\partial U}{\partial Y} = \varepsilon_1 \theta_1 \frac{\partial U_G}{\partial Y_G}, \quad (16)$$

$$Y_G = 1, \quad \frac{\partial U_G}{\partial Y_G} = 0. \quad (17)$$

Величина χ являє собою емпіричну константу. Можна припустити, що вона має те ж саме чисельне значення, що й у випадку руху поблизу твердої стінки, тобто $\chi = 0,43$. Показник ступеня k можна оцінити тільки на підставі експериментальних даних. Будемо думати, що він буде приймати лише цілі значення. Тоді рішення завдання (13)...(17) можна записати в наступному виді [4]:

$$U = \left(3 - \frac{3}{2} \varepsilon_1 \theta_1 \tau \right) \left(Y - \frac{1}{2} Y^2 \right) + \varepsilon_1 \theta_1 \tau Y,$$

$$U_G = \theta_2 \left(\frac{3}{2} - \frac{\varepsilon_1 \theta_1 \tau}{4} \right) + \frac{2\tau}{1 - \varepsilon_1} \int_{\varepsilon_1}^{Y_G} \frac{(1 - \eta) d\eta}{1 + \sqrt{1 + \frac{4 \operatorname{Re}_G \tau \chi (1 - \eta)(\eta - \varepsilon_1)^{2k}}{1 - \varepsilon_1}}}. \quad (18)$$

Тут h, \bar{u} отримані з умов макроскопічного балансу

$$\int_{\varepsilon_1 H}^1 U_G dY_G = 1, \quad \int_0^H U dY = 0.$$

а $\tau = \partial U_G / \partial Y_G$ при $Y_G = \varepsilon_1 H$.

Для визначення τ, \bar{h}, \bar{u} виходить наступна алгебраїчна система:

$$\bar{u}^3 = \pm \bar{u}_0^3 + \tau \frac{\mu_G \bar{u}_G Q}{2\mu r} \bar{u},$$

$$\bar{h}^3 = \pm h_0^3 \left(1 - \tau \frac{\mu_G \bar{u}_G}{2\mu Q r} \bar{h}^2 \right),$$

$$\theta_2 \left(\frac{3}{2} - \frac{\varepsilon_1 \theta_1 \tau}{4} \right) (1 - \varepsilon_1) + \frac{1}{3} \tau (1 - \varepsilon_1^2) \left[1 + \frac{(2k + 1)^3}{80k^2} \frac{1 - \sqrt{A}}{1 + \sqrt{A}} \right] = 1, \quad (19)$$

$$A = 1 + \frac{4 \operatorname{Re}_G \tau \chi^2 (2k)^{2k} (\eta - \varepsilon_1)^{2k}}{(2k + 1)^{2k+1}}.$$

Рівняння (19) отримано в результаті апроксимації підінтегральної функції у вираженні (18) поліномом четвертого ступеня, п'ять невідомих числових коефіцієнтів якого визначаються, виходячи з заданих значень функції і її першої похідної при $\eta = \varepsilon_1$ і $\eta = 1$, а також з її максимального значення.

Визначити перепад тиску у двофазному газозво-рідинному потоці практично дуже складно. Є деякі експериментальні дані, представлені на рис.4 для перепаду тиску руху газозво-рідинного потоку [1,4].

Очевидно, що режим руху в одному напрямку характеризується більше слабкою залежністю перепаду тиску від числа Рейнольдса, ніж режим зустрічного руху.

З іншого боку, рух в одному напрямку, очевидно, робить стабілізаційний вплив на двофазний рух. У цьому випадку перепад тиску починає зростати при деякому досить високому значенні числа Рейнольдса. У випадку ж зустрічного руху різке зростання перепаду тиску при певному значенні Re_L приводить у результаті до явища "захлинання". Критичне значення Re_G , що відповідає режиму "захлинання", убуває з ростом Re_L , як показано на рис.4.

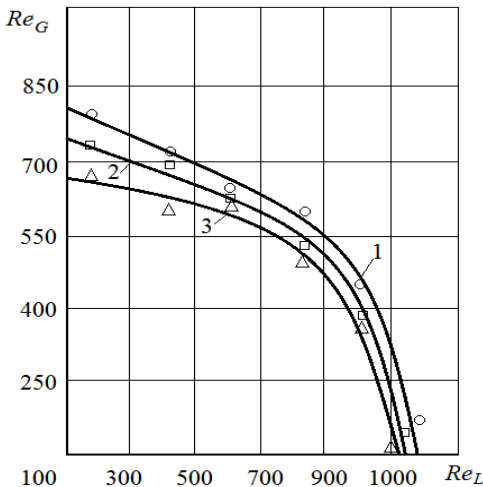


Рис.4. Характеристики режиму "захлинання" при зустрічному напрямку руху мастила і газів

особливо у випадку однакового напрямку, коли проявляється стабілізаційний ефект. Правда, надмірне збільшення числа Рейнольдса по газу приводить до таких додаткових ефектів, як розвиток хвиль великої амплітуди на поверхні плівки, зрив і віднесення крапель і т.п.

Висновки

- Встановлено, що витрата мастила в плівці, що стікає по дзеркалу циліндра під дією сили тяжіння визначається співвідношенням його ваги, в'язкості й сил, що діють на поверхні розділу газ-рідина.

Варто пам'ятати, що дані, представлені на рис.4, не зостануться такими ж для інших умов руху - іншої геометрії, ширині зазору й т.п. Хоча ясно, що при помірних числах Рейнольдса перепад тиску буде доволі малим як у випадку однакового і зустрічного напрямків руху мастила і газів.

Ця особливість робить перспективу практичного застосування двофазного газожидкісного плівкового руху досить привабливою,

- Аналітичні залежності вказують на той факт, що вимушений рух газу істотно впливає на рух плівки, при цьому однаковий напрямок руху газу й мастила (період руху поршня до н.м.т.) робить на двофазний рух стабілізаційний вплив. У випадку ж зустрічного руху газу і мастила (рух поршня в напрямку в.м.т.) різке зростання перепаду тиску приводить у результаті до явища «захлинання», при якому відносно тонкий шар мастила захоплюється газом, що рухається йому назустріч.

Перелік використаних джерел

1. Богач В.М. Підвищення ефективності суднових дизелів шляхом удосконалення лубрикаторних систем: Монографія / В.М. Богач – Одеса: НУ «ОМА», 2020. – 294 с.
2. Богач В.М. Аналіз умов подачі масла в циліндри дизелів морських суден / В.М. Богач, І.М. Слободянюк, А.М. Шебанов // Суднові енергетичні установки: наук-техн. зб. Вип. 41. - Одеса: НУ «ОМА», 2020. – С. 20-28.
3. Богач В.М. Особливості роботи лубрикаторних систем суднових довгоходових двигунів / Богач В.М., Довіденко Ю.М., Дуранов О.П. // Суднові енергетичні установки: науково-технічний збірник. Вип. 44. - Одеса: НУ «ОМА», 2022. С. 53-63.
4. Богач В.М. Вплив газу на рух мастила по дзеркалу циліндра / В.М. Богач, А.М. Шебанов, Ю.М. Довіденко, І.Е.Єлінський. // Суднові енергетичні установки: науково-технічний збірник. Вип. 43. - Одеса: НУ «ОМА», 2021. С.126-139.
5. Двигуни внутрішнього згоряння / В. Г. Дяченко; за ред. А. П. Марченка. - Харків: НТУ "ХПІ", 2008. – 488 с.