10.31653/smf47.2023.32-45

Кривий М.О.

Національний університет «Одеська морська академія»

ВИЗНАЧЕННЯ ХАРАКТЕРНИХ КУТІВ ПАР КОВЗАННЯ СУДНОВИХ ЕНЕРГЕТИЧНИХ УСТАНОВОК

Постановка проблеми в загальному вигляді. Пари ковзання є одним із основних динамічних вузлів суднових енергетичних установок (СЕУ), довговічність роботи яких суттєво впливає на довговічність СЕУ в цілому. Для розрахунку і прогнозування безаварійної роботи пар ковзання використовують інтегральні показники пари ковзання використовують інтегральні показники їх роботи, такі як коефіцієнт навантаження, коефіцієнти спротиву обертанню та гідродинамічного тертя. Обчислення цих показників залежить від так званих *характерних кутів* роботи пари ковзання, до яких будемо відносити: початок і кінець робочої зони, кут максимального тиску і кут відхилення лінії центрів. Предметом дослідження даної роботи є отримання математичних моделей для визначення *характерних кутів* роботи пари ковзання.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідженню роботи пар ковзання, зокрема, за допомогою рівняння Рейнольдса присвячено багато робіт [1 - 9]. Вони розглядали різні аспекти вказаної проблеми і виконувались різними методами. Зокрема, в роботах [8, 9], запропонована достатньо повна математична модель для визначення розподілу гідродинамічного тиску в мастильному шарі. На основі отриманих там розв’язків отримані у вигляді таблиць інтегральні характеристики мастильного шару, якими користуються для розрахунків довговічності роботи підшипників ковзання. В роботах [4-7] цей підхід отримав подальший розвиток, що дозволило отримати інтегральні характеристики для неньютонівських мастильних шарів. Однак, недоліком існуючих розв’язків є те, що завчасно невідомі характерні кути мастильного шару і не враховується значення радіального зазору підшипника ковзання. Але саме цей параметр змінюється в процесі експлуатації і його не врахування може призвести до не коректної оцінки довговічності роботи пар ковзання суднових енергетичних установок. Усуненню цього недоліку і присвячена дана робота.

Постановка і математична модель задачі. Розглянемо пару ковзання: підшипник – шип, (втулка – вал), в якій відсутнє торцеве витікання мастил (плоска задача гідродинамічної теорії мащення). Позначимо через $h = h(\varphi)$ товщину мастильного шару в робочій зоні пари ковзання, тобто в зоні в якій виникає додатній гідродинамічний тиск $p = p(\varphi)$. Кут φ задовольняє умові $\varphi_1 \le \varphi \le \varphi_2$, де φ_1, φ_2 – кути, які визначають границі робочої зони мастильного шару (Рис.1). Ці два кути будемо першими двома *характерними кутами* пари ковзання. В мастильному шарі виникає дотичне гідродинамічне напруження зсуву $\tau_{xy} = \tau_\varphi = \tau_\varphi(\varphi)$. Визначення тиску $p(\varphi)$ і зсувного напруження τ_φ є *основною задачею* для розрахунку критеріїв безаварійної роботи підшипника ковзання. Ця задача розпадається на дві послідовно розв'язуванні задачі, а саме: задачу визначення гідродинамічного тиску $p(\varphi)$ і задачу по визначенні гідродинамічного напруження зсуву τ_φ.

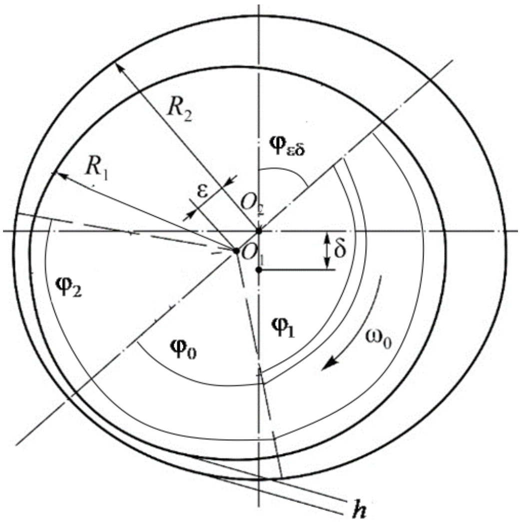

Рис. 1. Модель руху пари ковзання СЕУ

Для розв'язання першої задачі скористаємось диференціальним рівнянням Рейнольдса, яке в припущеннях стаціонарності процесу, що обумовлюється сталої швидкістю обертання ω_0, для ньютонівських мастил, подамо так [4, 8]

$$\frac{d}{d\varphi}\left(h^3 \frac{dp}{d\varphi}\right) = 6\omega_0 \mu_0 R_1^2 \frac{dh}{d\varphi}, \quad \varphi_1 < \varphi < \varphi_2, \tag{1}$$

де $\mu_0\ \left[кг/(с\cdot м)\right]$ – динамічна в’язкість мастила, яка відповідає зовнішньому тиску при температурі мастил в робочій зоні; R_1 – радіус цапфи.

Для обчислення $h(\varphi)$, можна скористаємось поданням [4]:

$$h\left(\varphi\right)=\delta+\varepsilon\cdot\cos\varphi=\delta(1+\varepsilon_0\cdot\cos\varphi)=\delta\tilde{h}\left(\varphi\right) \qquad (2)$$

де $\delta=R_2-R_1$, ε – ексцентриситет центрів тіл пар ковзання; $\varepsilon_0=\dfrac{\varepsilon}{\delta}$ – відносний ексцентриситет

Умови рівність нулю гідродинамічного тиску на кінці і початку робочої зони, а також його не від’ємність в середині робочої зони подамо так

$$p\left(\varphi_1\right)=p\left(\varphi_2\right)=0,\ p'\left(\varphi_2\right)=0. \qquad (3)$$

Перейдемо в рівнянні (1) і поданні (2) і умовах (3) до безрозмірних величин, тобто до безрозмірного тиску $\tilde{p}(\varphi)$ і товщини мастильного шару $\tilde{h}\left(\varphi\right)$:

$$p(\varphi)=k_1\tilde{p}(\varphi),\ h\left(\psi\right)=\tilde{h}\left(\varphi\right)\delta, \qquad (4)$$

де $k_1=\dfrac{\mu_0\omega_0}{\delta_0^2}\left[\dfrac{кг}{м\cdot c^2}=1\text{Па}\right]$.

Скориставшись математичною моделлю (1) - (3), отримаємо відносно безрозмірного питомого тиску $\tilde{p}(\varphi)$ наступну краєву задачу

$$\begin{cases}\dfrac{d}{d\varphi}\left(\tilde{h}^3\dfrac{d\tilde{p}}{d\varphi}\right)=6\dfrac{d\tilde{h}}{d\varphi}; & \varphi_1<\varphi<\varphi_2\,. \\ \tilde{h}\left(\varphi\right)=1+\varepsilon_0\cos\varphi & \end{cases} \qquad (5)$$

$$\tilde{p}\left(\varphi_1\right)=\tilde{p}\left(\varphi_2\right)=0;\ \tilde{p}'\left(\varphi_2\right)=0\,. \qquad (6)$$

Визначення відносного гідродинамічного тиску і напружень в’язкого зсуву. Згідно перших двох умов із (6), існує кут $\varphi_0\in(\varphi_1;\varphi_2)$ в робочій зоні пари ковзання, в якій контактний тиск $\tilde{p}\left(\varphi_0\right)$ досягає максимуму: $\tilde{p}_0=\tilde{p}\left(\varphi_0\right)=\max\limits_{\varphi\in(\varphi_1;\varphi_2)}\tilde{p}\left(\varphi\right)$. Кут φ_0 будемо вважати третім *характерним кутом* пари ковзання. З оглядом на це, точний розв’язок диференціального рівняння (5), який задовольняє другій крайовій умові в (6), подамо так

$$\tilde{p}(\varphi)=6\int_{\varphi}^{\varphi_2}\left(\frac{1+\varepsilon_0\cos\varphi_0}{\left(1+\varepsilon_0\cos\varphi\right)^3}-\frac{1}{\left(1+\varepsilon_0\cos\varphi\right)^2}\right)d\varphi\,,\ \varphi\in(\varphi_1;\varphi_2)\,. \quad (7)$$

Реалізація першої крайової умови із (3.2): $\tilde{p}\left(\varphi_1\right)=0$, приводить до рівняння відносно кута φ_0

$$\cos\varphi_0=j_\varphi\,; \quad (8)$$

де

$$j_\varphi=\frac{j_3^c(\varphi_1,\varphi_2,\varepsilon_0)}{j_3(\varphi_2,\varphi_2,\varepsilon_0)}\,;\ \ j_k(\varphi,\varphi_2,\varepsilon_0)=\int_{\varphi}^{\varphi_2}\frac{d\varphi}{\left(1+\varepsilon_0\cos\varphi\right)^k}\,;$$

$$j_k^c(\varphi,\varphi_2,\varepsilon_0)=\int_{\varphi}^{\varphi_2}\frac{\cos\varphi d\varphi}{\left(1+\varepsilon_0\cos\varphi\right)^k}\,,\ \ j_k^s(\varphi,\varphi_2,\varepsilon_0)=\int_{\varphi}^{\varphi_2}\frac{\sin\varphi d\varphi}{\left(1+\varepsilon_0\cos\varphi\right)^j}\,.$$

Отриманий розв’язок (8) і диференціальні рівняння Ньютона та Рейнольдса дають можливість визначити зсувні напруження у мастильному шарі на цапфі

$$\tilde{\tau}_{sh}=\frac{4}{1+\varepsilon_0\cos\varphi}-\frac{3(1+\varepsilon_0\cos\varphi_0)}{(1+\varepsilon_0\cos\varphi)^2}\,, \quad (9)$$

Основну характеристику пари ковзання, а саме *коефіцієнт навантаженості* (*коефіцієнт несучої сили*) Φ_P визначають із умов силової рівноваги пари ковзання. Останні, при вертикальному завантаженні (див. рис. 1), зовнішньою силою: $\vec{F}_r=(P;0)$, подамо так

$$\Phi_P=2\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}\cos(\psi+\varphi_\varepsilon)\tilde{p}(\psi)d\psi-2\delta_0\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}\sin(\psi+\varphi_\varepsilon)\tilde{\tau}_\varphi(\psi)d\psi\,, \quad (10)$$

$$0=\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}\sin(\psi+\varphi_\varepsilon)\tilde{p}(\psi)d\psi-\delta_0\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}\cos(\psi+\varphi_\varepsilon)\tilde{\tau}_\varphi(\psi)d\psi\,, \quad (11)$$

де $\delta_0=\delta R_1^{-1}-$ відносний радіальний зазор.

В цих рівняннях міститься четвертий *характерний кут* пари ковзання, а саме кут φ_ε відхилення лінії центрів від вертикальної осі, для його визначення скористаємося співвідношенням (11), яке перепишемо так

$$0=\cos\varphi_\varepsilon\int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2}\cos\psi(\tilde p'(\psi)-\delta_0\tilde\tau_\varphi(\psi))d\psi-\sin\varphi_\varepsilon\int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2}\sin\psi(\tilde p'(\psi)-\delta_0\tilde\tau_\varphi(\psi))d\psi$$

Звідси для визначення кута φ_ε отримаємо наступне рівняння

$$\mathrm{tg}\varphi_\varepsilon=\frac{A_c^-}{A_s^-}. \qquad (12)$$

$$A_c^-=-2\delta_0 j_1^c+(3+1.5\tilde h_0\delta_0)j_2^c-3\tilde h_0 j_3^c;$$

$$A_s^-=-2\delta_0 j_1^s+(3+1.5\tilde h_0\delta_0)j_2^s-3\tilde h_0 j_3^s,\ \tilde h_0=1+\varepsilon_0\cos\varphi_0$$

Відмітимо, що, в балансі сил (10), (11), зазвичай, не враховують сили в'язкого зсуву. Обґрунтовуючи це тим, що присутній там в якості множника відносний радіальний зазор δ_0, приймає малі значення $(\approx 10^{-3})$. Однак в процесі експлуатації відносний радіальний зазор має тенденцію до збільшення, що може призводить до похибок в оцінці точності довговічності роботи пари ковзання.

Побудова математичних моделей для характерних кутів пари ковзання та їх аналіз. Для дослідження процесів, які відбуваються в мастильному шарі пари ковзання, в першу чергу підлягають визначенню характерні кути пари ковзання і обчислення відносного гідродинамічного тиску та напружень в'язкого зсуву. Вхідним параметром для визначення вказаних величин для ньютонівських мастил є відносний ексцентриситет ε_0, а також, в меншій мірі, відносний радіальний зазор δ_0.

Складність числового моделювання гідродинамічних процесів в парі ковзання полягає в тому, що границі робочої зони мастильного шару φ_1, φ_2 заздалегідь не відомі. Для подолання цієї проблеми пропонується застосувати метод послідовного наближення або метод варіації границь, який полягає в наступному. Будемо за рахунок варіації параметрів φ_1, φ_2, досягати виконання наступних умов, які витікають із запропонованої математичної моделі:

$$\begin{cases}\left|\tilde p(\varphi_1)\right|<e_1,\ \tilde p(\varphi_2)=0,\\ \left|\tilde p'(\varphi_2)\right|<e_2,\\ \left|\varphi_1+\varphi_{\varepsilon\delta}-90^\circ\right|<e_3.\end{cases} \qquad (13)$$

Тут $e_k, (k=\overline{1,3})$ – точності обчислень, при цьому для практичних розрахунків, достатньо виконання умов $e_1 < 10^{-5}$, $e_2 < 10^{-3}$, $e_3 < 10^{-2}$. Виконання умови $\tilde{p}(\varphi_2) = 0$ досягається за рахунок вибору подання (7) розв'язку диференціального рівняння (1).

Реалізацію цього методу можна виконати багатьма способами, зокрема, і за допомогою нейронних сіток. Не зупиняючись на деталях реалізації числового моделювання, яке виконано в середовищі Mapl, наведемо деякі результати. Зокрема, в таблиці 1 наведенні значення характерних кутів пари ковзання: φ_1, φ_2, $\varphi_{\varepsilon\delta}$, φ_0 і довжини дуги робочої зони $\Delta\varphi_\varepsilon$ в градусах в залежності від відносного ексцентриситет ε_0, при значенні відносного радіального зазору $\delta_0 = 1.63 \cdot 10^{-3}$. Там також наведені значення кутів відхилення лінії центрів φ_ε при $\delta_0 = 0$, і відомі значення [8, 9] кута відхилення лінії центрів $\varphi_{\varepsilon k}$.

Використавши, данні таблиці 1, за допомогою регресивного аналізу[11-14], розроблено загальний підхід до побудови математичних моделей характерних кутів пари ковзання. Нехай φ_{ha} деякий характерний кут пари ковзання, його залежність від відносного ексцентриситету ε_0, будемо розшукувати у вигляді

$$\varphi_{ha} = q_1 \arccos(\varepsilon_0) + q_2 \varepsilon_0 . \quad (14)$$

Невідомі параметри q_1, q_2 визначені, спираючись стандартну схему регресійного і дисперсного аналізу. Побудовану модель будемо вважати адекватною, якщо виконуються критерії, які наведені в роботах [11-14]. В таблиці 2 наведенні значення коефіцієнтів q_1, q_2 та їх рівні значимості відповідно γ_1, γ_2 (P – значення), які визначені за допомогою *t*- критерію Стьюдента, а також нормоване значення коефіцієнту кореляції $\tilde{R}^2$ (R – квадрат) кожної моделі в цілому. Зауважимо, що для адекватності отриманих моделей, вирішальним є виконання двох умов:

1) значення коефіцієнта кореляції повинно приймати найбільш можливе значення: $\tilde{R}^2 \to 1$;

2) рівні значимості кожного регресора приймати найменші можливі значення: $\gamma_k \to 0$.

Таблиця 1. Значення кутів φ_1, φ_2, $\Delta\varphi_\varepsilon$, $\varphi_{\varepsilon\delta}$, φ_ε, $\varphi_{\varepsilon k}$, φ_0.

ε_0	φ_1	φ_2	$\Delta\varphi$	$\varphi_{\varepsilon\delta}$	φ_ε	$\varphi_{\varepsilon k}$	φ_0
0,001	11,8	254,2	242,40	78,2028	66,6499	-	106,09
0,01	27,7	248,1	220,4	62,3030	60,5694	-	111,89
0,05	30,71	244,34	213,63	59,2961	58,9103	-	115,46
0,1	32,07	241	208,93	57,9341	57,7267	72,55	118,998
0,2	34,53	234,34	199,81	55,479	55,3601	61,18	125,65
0,3	37,12	228,07	190,95	52,8878	52,7974	54,30	131,93
0,4	39,96	222,08	182,12	50,0431	49,9664	49,98	137,92
0,5	43,15	216,34	173,19	46,8552	46,7865	46,77	143,66
0,6	46,8	210,75	163,95	43,2037	43,1408	43,12	149,25
0,65	48,87	207,98	159,11	41,1396	41,0793	40,96	152,02
0,7	51,14	205,193	154,053	38,8674	38,8097	38,75	154,81
0,75	53,68	202,37	148,69	36,3216	36,2668	36,03	15763
0,8	56,61	199,449	142,839	33,3983	33,3469	33,33	160,55
0,85	60,08	196,37	136,29	29,9269	29,8796	29,7	163,63
0,9	64,45	192,981	128,531	25,5514	25,510	25,5	167,02
0,925	67,22	191,075	123,855	22,7822	22,7447	22,68	168,93
0,95	70,69	188,9043	118,2143	19,3108	19,2783	19,27	171,10
0,975	75,59	186,1956	110,6056	14,4159	14,3912	14,37	173,80
0,99	80,38	183,87853	103,49853	9,6291	9,6122	9,62	176,12

Вважається відмінним зв'язок між характерними кутами та регресорами $\arccos(\varepsilon_0)$ і ε_0, а запропоновані моделі (14) адекватними, якщо виконуються умови: $0.9 \le \tilde{R}^2 < 1$, $\gamma_k \le 10^{-3}$.

Таблиця 2. Значення параметрів моделей (14) і їх регресійні характеристики

	q_1	γ_1	q_2	γ_2	$\tilde{R}^2$
$\varphi_{\varepsilon\delta}$	39,999757	10^{-15}	7,842786	10^{-8}	0,998541
$\varphi_{\varepsilon k}$	44,473716	10^{-16}	4,6165924	$9\cdot10^{-4}$	0,996539
φ_1	12,867107	10^{-6}	66,64278	10^{-14}	0,986075
φ_2	150,87762	0	138,92802	10^{-15}	0,996906
φ_0	67,411397	0	153,61016	0	0,998389
$\Delta\varphi$	138,01051	0	72,285239	10^{-12}	0,997327

Отже, побудовані моделі (14) є адекватними для усіх характерних кутів із максимально можливим значенням коефіцієнту кореляції $\tilde{R}^2$.

На рис. 2 наведенні залежності кута повороту лінії центрів $\varphi_{\varepsilon\delta}$ від відносного ексцентриситету ε_0, отримані за допомогою таблиці 1 – точкова крива чорного кольору, і за допомогою моделі (14) – червона суцільна крива. Очевидно, обидві залежності відмінно узгоджуються і практично співпадають. Там же наведені залежність для кута повороту $\varphi_{\varepsilon k}$, яка отримана за допомогою моделі (14) - синя суцільна крива, і значення кута повороту лінії центрів $\tilde{\varphi}_{\varepsilon}$ - зелена суцільна лінія, яка отримана в припущеннях, що центр цапфи описує півколо, тобто має місце рівність: $\cos\tilde{\varphi}_{\varepsilon} = \varepsilon_0$. Із наведених графіків слідує, що найкраще поведінку кута відхилення центрів описує залежність для $\varphi_{\varepsilon\delta}$, яка добре узгоджується із експериментальними даними [8, 9], де встановлено, що при значеннях $\varepsilon_0 < 0,8$, траєкторія центру цапфи суттєво відрізняється від півкола.

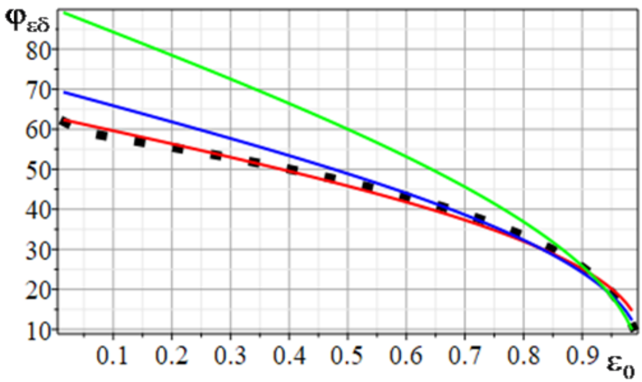

Рис. 2. Залежність кутів повороту лінії центрів від ε_0

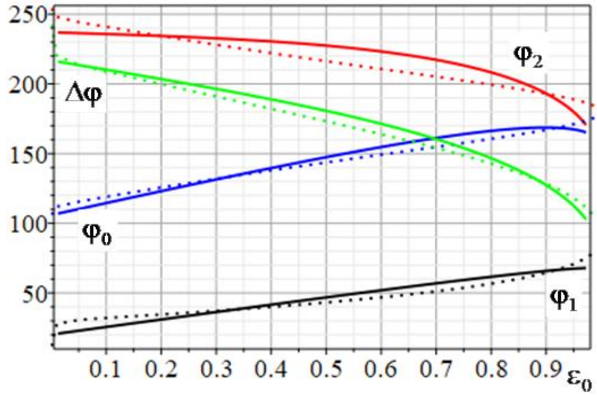

Рис. 3. Залежність характерних кутів від ε_0.

На рис. 3 наведені залежності характерних кутів, які отримані за допомогою сплайн-апроксимації на основі таблиці 1, це точкові криві, і за допомогою моделей (14) – суцільні криві. При цьому лінії чорного кольору описують поведінку кута φ_1, лінії червоного кольору поведінку кута φ_2, лінії синього кольору поведінку кута φ_0 і лінії зеленого кольору зміну довжини робочої зони $\Delta\varphi$ (в градусах) в залежності від відносного ексцентриситету ε_0.

Отримані графіки показують відмінне співпадіння результатів, отриманих за допомогою нових математичних моделей, із табличними значеннями.

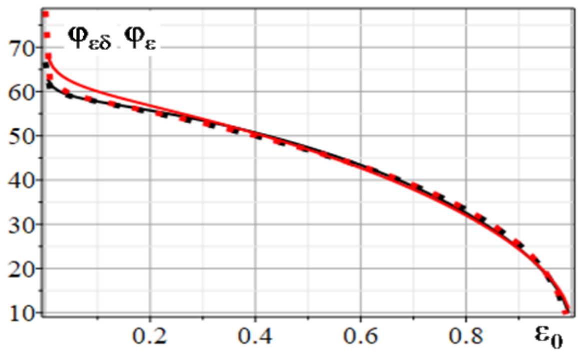

Рис. 4. Залежність кутів повороту лінії центрів від ε_0

На рис. 4 наведенні залежності кутів повороту лінії центрів $\varphi_{\varepsilon\delta}$, φ_{ε} (в градусах) від ε_0, які отримані лінійною сплайн-апроксимацією даних таблиці 1 і за допомогою математичних моделей (14). При цьому лінії червоного кольору відповідають куту $\varphi_{\varepsilon\delta}$, а лінії чорного кольору відповідають куту φ_{ε}.

Порівняння залежностей для кутів $\varphi_{\varepsilon\delta}$ і φ_{ε}, які отримані відповідно для $\delta_0 = 0.00163$ і $\delta_0 = 0$, показує відмінність їх значень при відносному ексцентриситеті $\varepsilon_0 < 0.2$. Оскільки ці значення характерні для усталеного руху, виникає потреба дослідити, як залежить кут відхилення центрів $\varphi_{\varepsilon\delta}$ від відносного радіального зазору δ_0. Для цього проаналізуємо розв'язки рівняння (12).

На рис. 5, 6 наведені залежності кута $\varphi_{\varepsilon\delta}$ від відносного ексцентриситету ε_0, при різних значеннях відносного радіального зазору δ_0. На обох рисунках крива чорного кольору відповідає значенню $\delta_0 = 0.0001$; червоного – значенню $\delta_0 = 0.001$; синього - значенню $\delta_0 = 0.002$; зеленого - значенню $\delta_0 = 0.003$; жовтого - значенню $\delta_0 = 0.01$; коралового - значенню $\delta_0 = 0.02$; пурпуровий - значенню $\delta_0 = 0.035$. На рис. 5 відносний ексцентриситет ε_0 змінюється на всьому проміжку від 0,0097 до 0,99, а на рис. 6 на проміжку (0,0097; 0,2).

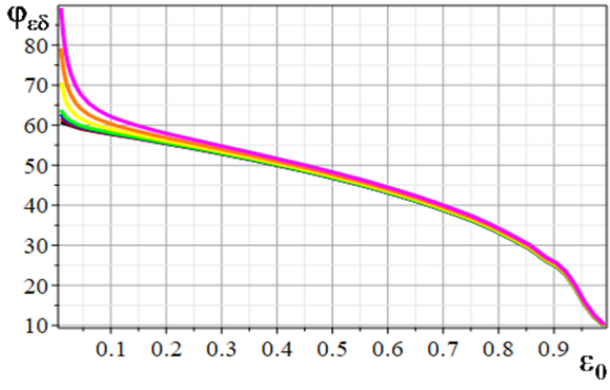

Рис. 5. Залежність кута повороту лінії центрів від ε_0

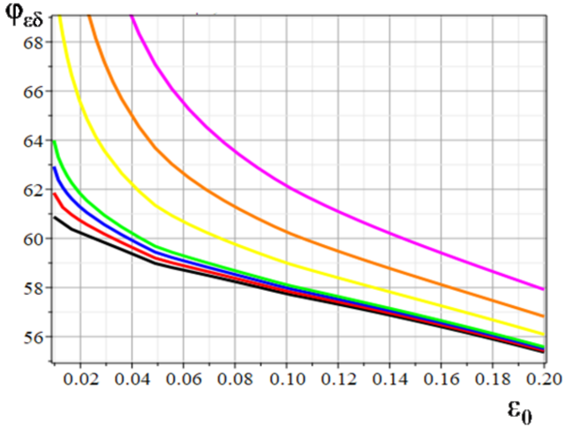

Рис. 6. Залежність кута повороту лінії центрів від ε_0

Результати обчислень показують, що на значення кута повороту лінії центрів $\varphi_{\varepsilon\delta}$ відносний радіальний зазору δ_0 практично не впливає при $\varepsilon_0 > 0.2$, і впливає при малих значеннях $\varepsilon_0 < 0.2$. Цей вплив виявляється особливо суттєвим при $\delta_0 > 0.003$, тобто при наявності деформацій і зношування в елементах пари ковзання в результаті тривалої експлуатації при екстремальних режимах роботи. Крім того, при усталених режимах експлуатації відносний ексцентриситет прямує до нуля: $\varepsilon_0 \to 0$, тому нехтування впливу значення δ_0 на положення лінії центрів є необґрунтованим.

На тривимірному рис. 7 показано загальну картину поведінки кута відхилення лінії центрів $\varphi_{\varepsilon\delta}$ при максимально можливій зміні відносного ексцентриситету ε_0 і відносного радіального зазору δ_0

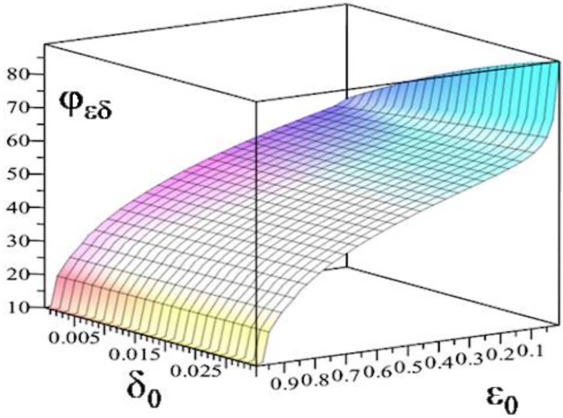

Рис. 7. Залежність кута лінії центрів від ε_0 і δ_0.

Висновки і перспективи подальших досліджень. Отже, розробленим методом варіації границь, отримані розв'язки математичної моделі мастильного шару пари ковзання, що дало можливість отримати у вигляді таблиці уточнені значення для характерних кутів. За допомогою останніх і методів регресивного аналізу побудовані *нові математичні моделі* для характерних кутів, які залежать від відносного ексцентриситету ε_0, а математичні моделі кута відхилення лінії центрів $\varphi_{\varepsilon\delta}$ і від відносного радіального зазору δ_0. Встановлено, що при малих значеннях відносного ексинтриситету: $\varepsilon_0 < 0.2$ (усталений режим) і при значному часі експлуатації пар ковзання потрібно враховувати значення радіального зазору δ_0 при дослідженні довговічності роботи пар ковзання суднових енергетичних установок.

Запропонований підхід може бути використаний для отримання математичних моделей інтегральних характеристик мастильного шару пари ковзання.

Перелік використаних джерел

1. Deters, L. (2014). Plain Bearings. In: Mang, T. (eds) Encyclopedia of Lubricants and Lubrication. Springer, Berlin, Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-22647-2_14.

2. He T., Zou D., Lu X., Guo Y., Wang Z., Li W. Mixed-lubrication analysis of marine stern tube bearing considering bending

deformation of stern shaft and cavitation / Tribology International. – 2014. Vol. 73, pp. 108-116. https://doi.org/10.1016/j.triboint.2014.01.013.

3. Yabo Zhou et al 2018 IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 394 042042 DOI 10.1088/1757-899X/394/4/042042.

4. Сагін С. В., Кривий М. О. Визначення розподілу тиску в шарі неньютонівських мастил у суднових енергетичних установках // Вісник Одеського національного морського університету: Зб. Наук. праць. – 2020. – № 2(62). – С. 160-170. DOI 10.47049/2226-1893-2020-1-160-170.

5. Сагін С. В., Кривий М. О. Розрахунок контактного тиску та зони контакту в парах ковзання судових дизелів // Автоматизація суднових технічних засобів: наук. -техн. зб. – 2021. – Вип. 27. – Одеса: НУ "ОМА". – С. 84 – 92. DOI: 10.31653/1819-3293-2021-1-27-84-92.

6. Кривий М. О., Сагін С. В. Визначення впливу властивостей моторних мастил на розподіл тиску в парах ковзання суднових дизелів/Суднові енергетичні установки. 2021, № 43. – С. 18-23. DOI: 10.31653/smf343.2021.18-24.

7. Кривий М. О., Сагін С. В. Математична модель мастильного шару в парах ковзання в суднових енергетичних установках // Матеріали Міжнародної науково-технічної конференцій «Суднова електроінженерія, електроніка і автоматика» 05.11.2019 –06.11-2019 р. Одеса, НУ «ОМА». – С. 144 - 148. dx.doi.org/10.31653/2706-7874.

8. A. Szeri, Fluid film lubrication, Cambridge Univ. Press, 1st Ed., Cambridge, U.K., 1998

9. B. Hamrock, S. Schmid, B. Jacobson, Fundamentals of Fluid Film Lubrication, 2nd Ed., Marcel Dekker Inc, N.Y., 2004.

10. Кривой М.А. Обеспечение режимов смазывания подшипниковых узлов малооборотных дизелей при режимах пуска и реверса // Суднова енергетика: стан та проблеми : Матеріали VIII Міжнародної науково-технічної конференції. – Миколаїв : Національний університет кораблебудування, 2017. – С. 74 - 78.

11. Кривий М. О. Особливості реології моторних мастил при забезпеченні режимів змащення пар тертя суднових мало-обертових дизелів // Матер. наук.-техн. конференції «Річковий та морський флот : експлуатація і ремонт», 23.03.2017 – 24.03.2017. Частина 1. – Одеса : НУ «ОМА», 2017. – С. 31 - 34.

12. Кривой А.Ф., Миюсов М.В. Математические модели гидродинамических характеристик пропульсивного комплекса судна для

произвольных углов дрейфа // Судовождение, вып. 28, С. 88-103, 2018. DOI: 10.31653/2306-5761.27.2018.88-102.

13. Kryvyi O. F, Miyusov M. V.: “Mathematical model of hydrodynamic characteristics on the ship's hull for any drift angles”, Advances in Marine Navigation and Safety of Sea Transportation. Taylor & Francis Group, London, UK., pp. 111-117, 2019.

14. Kryvyi O. F, Miyusov M. V.: The Creation of Polynomial Models of Hydrodynamic Forces on the Hull of the Ship with the help of Multi-factor Regression Analysis /8 International Maritime Science Conference. IMSC 2019. Budva, Montenegro, pp.545-555 http://www. imsc2019. ucg.ac.me/IMSC2019_ BofP. Pdf.

15. Kryvyi O., Miyusov M.V.: Construction and Analysis of Mathematical Models of Hydrodynamic Forces and Moment on the Ship's Hull Using Multivariate Regression Analysis // TransNav, the International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation. 2021,Vol. 15, No. 4, pp. 853-864, 2021 doi:10.12716/1001.15.04.18.