10.31653/smf343.2021.126-139

Богач В.М., Шебанов А.М., Довиденко Ю.М., Єлінський І.Е. Національний університет «Одеська морська академія»

## ВПЛИВ ГАЗУ НА РУХ МАСТИЛА ПО ДЗЕРКАЛУ ЦИЛІНДРА

The abstract

The publication is devoted the decision of an actual problem increase efficiency operation of ship diesel engines by perfection processes greasing of cylinders.

It is interesting to consider the simultaneous movement of the liquid film of oil and gas flow in the case when the latter is turbulent. Estimating the speed distribution in this case is quite a time consuming task. Therefore, only its first stage is considered here, which consists in obtaining an asymptotic solution for large values of x.

The prospect of practical application of two-phase gas-liquid film motion is quite attractive, especially in the case of the same direction, when the stabilizing effect is manifested. A quantitative description of such motion is considered exhaustive if the components of the velocity vector, the oil pressure, and the film thickness are determined. These characteristics are obtained by solving the basic equations of the mechanics of continuous media, including the equations of momentum transfer, continuity and macroscopic balance.

**Keywords**: ship diesel engine, greasing system, greasing channel, greasing process, cylinder, piston, a piston ring.

Рух мастила по дзеркалу циліндра являє собою стікання його по гладкій твердій поверхні, рис.1, під дією сили ваги. Товщина плівки завжди виявляється значно менше її ширини, а отже, рух мастила в цьому випадку можна розглядати як двовимірний.







Рис.2. Схема газово-рідинного плівкового руху між циліндровою втулкою і поршневим кільцем

Кількісний опис такого руху вважається вичерпним, якщо визначені компоненти вектора швидкості, тиск у мастилі й товщина плівки. Ці характеристики можуть бути отримані за допомогою вирішення основних рівнянь механіки суцільних середовищ [1,2], що включають рівняння перенесення імпульсу, нерозривності й макроскопічного балансу.

Математичний опис плівок, що стікають по поверхні, ґрунтується на фізичній моделі, показаній на рис.1. Плівка стікає вниз по твердій поверхні y=0, і математична модель руху записується системою диференціальних рівнянь, що зв'язують компоненти вектора швидкості u і v, тиск P і товщину h. Для Ньютонівської рідини основними рівняннями, що описують рух, є рівняння Нав'є - Стокса, рівняння нерозривності й рівняння макроскопічного балансу. Для

вертикальної плівки мастила на дзеркалі циліндра кут нахилу поверхні до горизонту у=90°.

Розглянемо ламінарний режим руху плівки мастила по поверхні дзеркала циліндра. Він може існувати при витратах, менших, чим деяке критичне значення, що залежить від властивостей рідини (поверхневого натягу, в'язкості), властивостей твердої поверхні (наприклад, її шершавості), наявності поверхнево-активних речовин (ПАР) і т.п.

Рух ламінарної плівки мастила залежить від різних факторів, зв'язаних як з об'ємними (кут нахилу твердої поверхні, в'язкість рідини), так і з поверхневими динамічними впливами (рух прилеглого газу, поверхнева пружність, пов'язана з адсорбцією поверхневоактивних речовин і ін.).

Експериментальна перевірка цих результатів здійснюється виміром поверхневої швидкості, профілю швидкості й товщини плівки.

Використання прозорих ділянок нагнітального тракту на дослідній установці дозволяє вести візуальні спостереження за скороминучими процесами як у каналі, так і за його межами - на дзеркалі циліндра. Для візуального спостереження за процесом подачі мастила в циліндр, у загальні схемі дослідної установки використовується швидкісна кінокамера.

Ламінарний рух плівки звичайно асоціюється з існуванням на поверхні плівки дотичних напружень, що викликані динамічним впливом прилеглої газової фази. При відсутності вимушеного руху газу ці напруження звичайно не беруться в розрахунок.

Вимушений рух газу істотно впливає на рух плівки. Цей вплив звичайно враховується в граничній умові рівноваги сил на поверхні газ-рідина (1) через величини  $p_{nG}$  і  $p_{\tau G}$ :

$$y = h$$
,  $p_{nL} = p_{\sigma} + p_{nG}$ ,  $p_{\tau L} = p_{\tau G}$ , (1)

$$p_{nG} = -p_{G} - 2\mu_{G} \frac{1 - h'^{2}}{1 + h'^{2}} \frac{\partial u_{G}}{\partial x} - 2\mu_{G} \frac{h'}{1 + h'^{2}} \left( \frac{\partial u_{G}}{\partial y} + \frac{\partial \upsilon_{G}}{\partial x} \right),$$

$$p_{\tau G} = \mu_{G} \frac{1 - h'^{2}}{1 + h'^{2}} \left( \frac{\partial u_{G}}{\partial y} + \frac{\partial \upsilon_{G}}{\partial x} \right) - 4\mu_{G} \frac{h'}{1 + h'^{2}} \frac{\partial u_{G}}{\partial x}.$$
(2)

Таким чином, умова безперервності тензора напруг на границі газ-рідина приймає вид

$$y = h, \quad p + \sigma \frac{h''}{\left(1 + h'^2\right)^{3/2}} + 2\mu \frac{1 - h'^2}{1 + h'^2} \frac{\partial u}{\partial x} = p_G + 2\mu_G \frac{1 - h'^2}{1 + h'^2} \frac{\partial u_G}{\partial x} + 2\mu_G \frac{h'}{1 + h'^2} \left(\frac{\partial u_G}{\partial y} + \frac{\partial \upsilon_G}{\partial x}\right), \quad (3)$$

$$\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial \upsilon}{\partial x}\right) - 4\mu_G \frac{h'}{1 - h'^2} \frac{\partial u}{\partial x} = 2\mu_G \left(\frac{\partial u_G}{\partial y} + \frac{\partial \upsilon_G}{\partial x}\right) - 4\mu_G \frac{h'}{1 - h'^2} \frac{\partial u_G}{\partial x}.$$

Компоненти вектора швидкості ( $u_G$ ,  $v_G$ ) і тиску газу ( $p_G$ ) задовольняють рівнянням руху й нерозривності. У загальному випадку вони мають вигляд

$$u_{G} \frac{\partial u_{G}}{\partial x} + \upsilon_{G} \frac{\partial \upsilon_{G}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_{G}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \nu_{G} + \nu_{G}^{(t)} \right) \frac{\partial u_{G}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( \nu_{G} + \nu_{G}^{(t)} \right) \frac{\partial u_{G}}{\partial y} \right],$$

$$\tag{4}$$

$$u_{G} \frac{\partial \upsilon_{G}}{\partial x} + \upsilon_{G} \frac{\partial \upsilon_{G}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_{G}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( v_{G} + v_{G}^{(t)} \right) \frac{\partial \upsilon_{G}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left( v_{G} + v_{G}^{(t)} \right) \frac{\partial \upsilon_{G}}{\partial y} \right],$$
(5)

$$\frac{\partial u_G}{\partial x} + \frac{\partial v_G}{\partial y} = 0.$$
 (6)

У цих рівняннях  $u_G$ ,  $v_G$  і  $p_G$  середні за часом. Величина  $v_G^{(t)} \equiv v_G^{(t)}(x, y)$  є вихрова кінематична в'язкість (для ламінарного руху  $v_G^{(t)} = 0$ ).

Розглянемо ламінарний рух газу в каналі поперечного розміру 2r (рис.2). По стінці стікає рідка плівка й уздовж її рухається газ. Витрата газу й мастила на одиницю ширини каналу відповідно  $Q_G$  і Q. Вісь x направлена за течією газу, а l - задана характерна довжина плівки. Ламінарний газово-рідинний рух описується рівняннями Нав'є - Стокса та (1) і (2)...(6), які можуть бути представлені в безрозмірному виді за допомогою наступних співвідношень:

$$X = \frac{x}{l}, Y = \frac{y}{h}, U = \frac{u}{\overline{u}}, V = \frac{v}{\varepsilon \overline{u}}, P = \frac{p}{\rho \overline{u}^2}, \varepsilon = \frac{h}{l}, H = \frac{h}{\overline{h}},$$

$$X_G = \frac{x}{l}, Y_G = \frac{y}{r}, U_G = \frac{u_G}{\overline{u}_G}, V_G = \frac{v_G}{\varepsilon_G \overline{u}_G}, P_G = \varepsilon_G \operatorname{Re}_G \frac{p_G}{\rho_G \overline{u}_C^2}$$

$$\varepsilon_G = \frac{r}{l}, H_G = \frac{h}{r}, \overline{u}_G = \frac{Q_G}{2r_G}, \operatorname{Re}_G = \frac{Q_G}{2v_G}, \varepsilon_1 = \frac{\overline{h}}{r},$$

$$\theta_0 = \frac{\rho_G \overline{u}_G^2}{\rho \overline{u}^2}, \theta_1 = \frac{\mu_G \overline{u}_G}{\mu \overline{u}}, \theta_2 = \frac{\overline{u}}{\overline{u}_G}.$$

$$(7)$$

Тут  $\bar{u}$  *i*  $\bar{h}$  - середні значення швидкості руху й товщини плівки при x=l.

$$\mu \frac{\partial u_G}{\partial y} \approx r \frac{\partial p_G}{\partial x},\tag{8}$$

Розходження характеристик масштабів тиску у двох фазах є наслідком того факту, що сила в'язкого опору в газі компенсується перепадом тиску (6.24), у той час як сила опору в рідині компенсується гравітаційною силою:

$$\mu \frac{\partial u}{\partial y} \approx \rho \, g \, h. \tag{9}$$

Приведені рівняння приводять до наступного крайового завдання (при  $v_G^{(t)} \equiv 0$ ):

$$\varepsilon \left( U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial P}{\partial X} \right) = \pm \frac{1}{Fr} + \frac{1}{Re} \left( \varepsilon^2 \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right), \tag{10}$$

$$\varepsilon^{2} \left( U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) + \frac{\partial P}{\partial Y} = \frac{\varepsilon}{\text{Re}} \left( \varepsilon^{2} \frac{\partial^{2} V}{\partial X^{2}} + \frac{\partial^{2} V}{\partial Y^{2}} \right), \tag{11}$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0, \tag{12}$$

$$H' = \left(V/U\right)_{Y=H},\tag{13}$$

$$\varepsilon_G \left( U_G \frac{\partial U_G}{\partial X_G} + V_G \frac{\partial U_G}{\partial Y_G} \right) = \frac{1}{\operatorname{Re}_G} \left( \frac{\partial P_G}{\partial X_G} - \varepsilon_G^2 \frac{\partial^2 U_G}{\partial X_G^2} - \frac{\partial^2 U_G}{\partial Y_G^2} \right), \quad (14)$$

$$\varepsilon_{G}^{3}\left(U_{G}\frac{\partial V_{G}}{\partial X_{G}}+V_{G}\frac{\partial V_{G}}{\partial Y_{G}}\right)=\frac{1}{\operatorname{Re}_{G}}\left(\frac{\partial P_{G}}{\partial Y_{G}}-\varepsilon_{G}^{4}\frac{\partial^{2} V_{G}}{\partial Y_{G}^{2}}-\varepsilon_{G}^{2}\frac{\partial^{2} V_{G}}{\partial Y_{G}^{2}}\right),\qquad(15)$$

$$\frac{\partial U_G}{\partial X_G} + \frac{\partial V_G}{\partial Y_G} = 0, \tag{16}$$

$$\int_{H_G}^{1} U_G dY_G = 1,$$
(17)

$$Y = 0, \quad U = V = 0, \quad Y = H, \quad Y_G = H_G = \varepsilon_1 H,$$
 (18)

$$U_G = \theta_2 U, \quad V_G = \varepsilon_1 \theta_2 V, \quad Y_G = 1, \quad \partial U_G / \partial Y_G = 0, \quad V_G = 0, \tag{19}$$

$$\frac{\partial U}{\partial Y} + \varepsilon^{2} \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{4\varepsilon^{2} H'}{1 - \varepsilon^{2} H'^{2}} \frac{\partial U}{\partial X} =$$

$$= \theta_{1} \left( \varepsilon_{1} \frac{\partial U_{G}}{\partial Y_{G}} + \varepsilon \varepsilon_{G} \frac{\partial V_{G}}{\partial X_{G}} - \frac{4\varepsilon^{2} H'_{G}}{1 - \varepsilon_{G} H'_{G}^{2}} \frac{\partial U_{G}}{\partial X_{G}} \right),$$

$$P + \frac{\varepsilon^{2} H''}{We \left( 1 - \varepsilon^{2} H'^{2} \right)^{3/2}} + \frac{2\varepsilon \left( 1 - \varepsilon^{2} H'^{2} \right)}{\operatorname{Re} \left( 1 + \varepsilon^{2} H'^{2} \right)} \frac{\partial H}{\partial X} +$$

$$+ \frac{2\varepsilon}{\operatorname{Re}} \frac{H'}{1 + \varepsilon^{2} H'^{2}} \left( \frac{\partial U}{\partial Y} + \varepsilon^{2} \frac{\partial V}{\partial X} \right) =$$

$$= \theta_{0} \left[ \frac{P_{G}}{\varepsilon_{G} \operatorname{Re}_{G}} + \frac{2\varepsilon_{G} \left( 1 - \varepsilon_{G}^{2} H'_{G}^{2} \right)}{\operatorname{Re}_{G} \left( 1 + \varepsilon_{G}^{2} H'_{G}^{2} \right)} \frac{\partial U_{G}}{\partial X_{G}} +$$

$$+ \frac{2\varepsilon_{G}}{\operatorname{Re}_{G}} \frac{H'_{G}}{1 + \varepsilon_{G}^{2} H'_{G}^{2}} \left( \frac{\partial U_{G}}{\partial Y_{G}} + \varepsilon_{G}^{2} \frac{\partial V_{G}}{\partial X_{G}} \right) \right].$$
(20)

Гранична умова (17) виражає макроскопічний баланс (сталість витрати газу) уздовж плівки, а умова (19) слідує із симетрії руху. Знаки "±" тут і далі означають однаковий і протилежний напрямки руху рідини і газу відповідно.

Рівняння (10)...(20) вимагають постановки граничних умов при X=0 і  $X \to \infty$  у тому випадку, якщо потрібно знайти асимптотичне рішення, справедливе для більших значень X.

Для цих цілей, завдання варто розв'язувати при G=0. Це відразу ж приводить до необхідності покласти  $\varepsilon=0$  у цих рівняннях, оскільки  $\varepsilon_G = \varepsilon$ . Остаточна справа зводиться до наступного крайового завдання:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = \mp \frac{\text{Re}}{Fr}, \quad \frac{\partial P}{\partial Y} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0, \quad H' = \left(\frac{V}{U}\right)_{Y=H}, \tag{21}$$

$$\frac{\partial^2 U_G}{\partial Y_G^2} = \frac{\partial P_G}{\partial X_G}, \quad \frac{\partial P_G}{\partial Y_G} = 0, \quad \frac{\partial U_G}{\partial X_G} + \frac{\partial V_G}{\partial Y_G} = 0, \quad \int_{H_G}^{I} U_G dX_G = 1, \quad (22)$$

$$Y = 0, \quad U = V = 0, \quad Y = H, \quad Y_G = H_G, \quad P = \frac{\theta_0}{\varepsilon_G \operatorname{Re}_G} P_G,$$
 (23)

$$\frac{\partial U}{\partial Y} = \varepsilon_1 \theta_1 \frac{\partial U_G}{\partial Y_G}, \quad U_G = \theta_2 U, \quad V_G = \varepsilon_1 \theta_2 V, \tag{24}$$

$$Y_G = 1, \quad \frac{\partial U_G}{\partial Y_G} = 0. \tag{25}$$

Завдання вирішується безпосередньо, з точністю до двох довільних функцій:

$$A(X) = (\partial U/\partial Y)_{Y=H}, \quad B(X) = (U_G)_{Y=H_G}.$$

Останні визначаються, виходячи із граничних умов (14). Після необхідних перетворень приходимо до наступних виражень для H і  $P_G$ :

$$H' = \frac{\varepsilon_1 \theta_1}{2} \frac{d^2 P_G}{dX_G^2} \bigg/ \bigg( \pm 3 - \varepsilon_1 \theta_1 \frac{\partial P_G}{\partial X_G} \bigg), \tag{27}$$

$$\frac{\partial P_G}{\partial X_G} = \left(1 \pm \frac{3}{2}\theta_2 H^2\right) / \left(\frac{1}{3} - \varepsilon_1 \theta_1 \frac{\partial P_G}{\partial X_G}\right).$$
(28)

Після виключення  $\frac{\partial P_G}{\partial X_G}$  для H одержують

$$H'\Phi(H) = 0, \tag{29}$$

причому  $\Phi(H) \neq 0$  для любого X. З цього слідує, що H' = 0, т.ч. H = 1 і

$$U = 3\left(1 - \frac{\varepsilon_1 \theta_1}{2}\tau\right) \left(Y - Y^2/2\right) + \varepsilon_2 \tau Y, \qquad (30)$$

$$U_G = \theta_2 \left(\frac{3}{2} - \frac{\varepsilon_1 \theta_1}{4}\tau\right) + \frac{\tau}{1 - \varepsilon_1} \left(Y_G - \frac{Y_G^2}{2} - \varepsilon + \frac{\varepsilon^2}{2}\right),\tag{31}$$

де  $\tau = \partial U_G / \partial Y_G$  при Y = H, а  $\overline{h}$  і  $\overline{u}$  визначаються умовами макроскопічного балансу:

$$\int_{H_G}^{1} U_G dY_G = 1, \quad \int_{0}^{H} U dY = 1.$$
(32)

Остаточно для визначення  $\tau, \overline{h}$  і  $\overline{u}$  виходить наступна система алгебраїчних співвідношень:

$$\theta_{2} \left(\frac{3}{2} - \frac{\varepsilon_{1}\theta_{1}\tau}{4}\right) (1 - \varepsilon_{1}) + \frac{1}{3}\tau \left(1 - \varepsilon_{1}^{2}\right) = 1,$$
  
$$\overline{h}^{3} = \pm h_{0}^{3} \left(1 - \tau \frac{\mu_{G}\overline{u}_{G}}{2\mu Qr}\overline{h}^{2}\right),$$
  
$$\overline{u}^{3} = \pm \overline{u}_{0}^{3} + \tau \frac{\mu_{G}\overline{u}_{G}Q}{2\mu r}\overline{u}.$$
(33)

Причому у випадку зустрічного руху  $\theta_1 < 0$  и  $\theta_2 < 0$ , внаслідок того що  $\overline{u} < 0$ .

Аналіз рівнянь (10)...(20) показує, що існує інтервал  $l'_0 \le x \le l_0$ , у якому можна одержати аналітичне рішення завдання. Нижня межа цього підінтервалу визначається як крапка, у якій профіль швидкості стає не залежним від вхідного профілю (при x=0), а верхній визначається межею існування ламінарного прикордонного шару в газовій фазі.

Існування такого інтервалу обумовлюється розходженням порядків величин параметрів  $\varepsilon$  і  $\varepsilon_G$ . Рішення може бути отримане для випадку, коли  $\varepsilon \le 1$ ,  $\varepsilon Re \le 1$  і  $\varepsilon_G^2 \le \varepsilon_G \operatorname{Re}_G \le 1$ .

З урахуванням цих умов система приймає вид

$$\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = \mp \frac{\text{Re}}{Fr}, \quad \frac{\partial P}{\partial Y} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0, \quad H' = \left(\frac{V}{U}\right)_{Y=H}, \tag{34}$$

$$U_G \frac{\partial U_G}{\partial X_G} + V_G \frac{\partial U_G}{\partial Y_G} = -\frac{1}{\varepsilon_G \operatorname{Re}_G} \left( \frac{\partial P_G}{\partial X_G} - \frac{\partial^2 U_G}{\partial Y_G^2} \right), \tag{35}$$

$$\frac{\partial P_G}{\partial Y_G} = 0, \quad \frac{\partial U_G}{\partial X_G} + \frac{\partial V_G}{\partial Y_G} = 0, \tag{36}$$

$$Y = 0, \quad U = V = 0,$$
 (37)

$$Y = H, \quad Y_G = H_G, \quad P = \frac{\theta_0}{\varepsilon_0 \operatorname{Re}_G}, \quad \frac{\partial U}{\partial Y} = \theta_1 \varepsilon_1 \frac{\partial U_G}{\partial Y_G},$$

$$(38)$$

$$U_G = \theta_2 U, \quad V_G = \varepsilon_1 \theta_2 V,$$

$$Y_G = 1, \quad \frac{\partial U_G}{\partial Y_G} = 0 \quad (Y_G \to \infty, \quad U_G \to 1). \tag{39}$$

Вона легко вирішується за умови малості параметрів  $\theta_1 \epsilon_1$  і  $\theta_2$  [1] за допомогою методу збурення і приводить до наступних виражень для профілю швидкості:

$$u = \frac{g}{2\nu} \left( \pm 2h_0 y \mp y^2 + \frac{2\alpha \overline{u}_G}{\rho g} \sqrt{\frac{\mu_G \rho_G \overline{u}_G}{x}} y \right),$$

$$\upsilon = \frac{\alpha \,\overline{u}_G}{4\mu x} \sqrt{\frac{\mu_G \rho_G \overline{u}_G}{x}} y.$$

де  $\alpha = 0,3320..., h_0 = (3v^3 \operatorname{Re}/g)^{1/3}, a \overline{u} = gh_0^2/3v.$ 

У такий же спосіб (при необхідності) можна одержати вираження для розрахунку швидкостей руху газу ( $u_G, \psi_G$ ).

Цікавим представляється розгляд одночасного руху рідкої плівки мастила й газового потоку в тому випадку, коли останній є турбулентним. Оцінка розподілу швидкості в цьому випадку є досить трудомістким завданням. Тому, тут розглянута лише перша її стадія, що складається в одержанні асимптотичного рішення для великих значень *x*.

Крайове завдання формулюється аналогічно розглянутим вище на основі рівнянь (4)...(6). Припускаючи, що вихрова в'язкість залежить тільки від поперечної координати, можна записати

$$\frac{v_G^{(t)}}{\bar{u}_G r} = L^2 \frac{\partial U_G}{\partial Y_G}.$$
(41)

Закон згасання довжини шляху перемішування передбачається наступним:

$$L = \chi (Y_G - \varepsilon_1 H)^k.$$
<sup>(42)</sup>

Звідси при  $\varepsilon = \varepsilon_G = 0$  задача приймає вид

$$\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = \mp \frac{\text{Re}}{Fr,} \tag{43}$$

$$\frac{\partial P_G}{\partial X_G} = \frac{\partial}{\partial Y} \left\{ \left[ 1 + \operatorname{Re}_G \chi^2 (Y_G - \varepsilon_1 H)^{2k} \frac{\partial U_G}{\partial Y_G} \right] \frac{\partial U_G}{\partial Y_G} \right\},\tag{44}$$

$$Y = 0, \quad U = V = 0, \quad Y = H, \quad Y_G = \varepsilon_1 H, \quad U_G = \theta_2 U,$$
 (45)

$$\frac{\partial U}{\partial Y} = \varepsilon_1 \theta_1 \frac{\partial U_G}{\partial Y_G},\tag{46}$$

$$Y_G = 1, \quad \frac{\partial U_G}{\partial Y_G} = 0. \tag{47}$$

Величина  $\chi$  являє собою емпіричну константу. Можна припустити, що вона має те ж саме чисельне значення, що й у випадку руху поблизу твердої стінки, тобто  $\chi=0,43$ . Показник ступеня *k* можна оцінити тільки на підставі експериментальних даних. Будемо вважати, що він буде приймати лише цілі значення. Тоді рішення завдання (43)...(47) можна записати в наступному виді [2]:

$$U = \left(3 - \frac{3}{2}\varepsilon_1\theta_1\tau\right)\left(Y - \frac{1}{2}Y^2\right) + \varepsilon_1\theta_1\tau Y,\tag{48}$$

$$U_G = \theta_2 \left(\frac{3}{2} - \frac{\varepsilon_1 \theta_1 \tau}{4}\right) + \frac{2\tau}{1 - \varepsilon_1} \int_{\varepsilon_1}^{T_G} \frac{(1 - \eta)d\eta}{1 + \sqrt{1 + \frac{4\operatorname{Re}_G \tau\chi (1 - \eta)(\eta - \varepsilon_1)^{2k}}{1 - \varepsilon_1}}}.$$
 (49)

Тут  $h, \overline{u}$  отримані з умов макроскопічного балансу

$$\int_{\varepsilon_1 H}^{1} U_G dY_G = 1, \quad \int_{0}^{H} U dY = 0.$$
(50)

а  $\tau = \partial U_G / \partial Y_G$  при  $Y_G = \varepsilon_1 H.$ 

Для визначення  $\tau, \overline{h}, \overline{u}$  виходить наступна алгебраїчна система:

$$\overline{u}^3 = \pm \overline{u}_0^3 + \tau \; \frac{\mu_G \overline{u}_G Q}{2\mu r} \; \overline{u},\tag{51}$$

$$\bar{h}^{3} = \pm h_{0}^{3} \left( 1 - \tau \frac{\mu_{G} \,\bar{u}_{G}}{2\mu Q r} \,\bar{h}^{2} \right), \tag{52}$$

$$\theta_{2}\left(\frac{3}{2} - \frac{\varepsilon_{1}\theta_{1}\tau}{4}\right)(1 - \varepsilon_{1}) + \frac{1}{3}\tau\left(1 - \varepsilon_{1}^{2}\right)\left[1 + \frac{(2k+1)^{3}}{80k^{2}}\frac{1 - \sqrt{A}}{1 + \sqrt{A}}\right] = 1,$$

$$A = 1 + \frac{4\operatorname{Re}_{G}\tau\chi^{2}\left(2k\right)^{2k}(\eta - \varepsilon_{1})^{2k}}{(2k+1)^{2k+1}}.$$
(53)

Рівняння (53) отримано в результаті апроксимації підінтегральної функції у вираженні (49) поліномом четвертого ступеня, п'ять невідомих числових коефіцієнтів якого визначаються, виходячи з заданих значень функції і її першій похідній при  $\eta = \varepsilon_1$  і  $\eta = 1$ , а також з її максимального значення.

Визначити перепад тиску у двофазному газово-рідинному потоці практично дуже складно. Є деякі експериментальні дані [3,4], представлені на рис.3 і 4 для перепаду тиску руху газово-рідинного потоку.

Очевидно, що режим руху в одному напрямку характеризується більше слабкою залежністю перепаду тиску від числа Рейнольца, ніж режим зустрічного руху.

З іншого боку, рух в одному напрямку, очевидно, робить стабілізаційний вплив на двофазний рух. У цьому випадку перепад тиску починає зростати при деякому досить високому значенні числа Рейнольца. У випадку ж зустрічного руху різке зростання перепаду тиску при певному значенні Re<sub>L</sub> приводить у результаті до явища "захлинання". Критичне значення Re<sub>G</sub>, що відповідає режиму "захлинання", убуває з ростом Re<sub>L</sub>, як показано на рис.4



## Рис.3 Характеристики руху мастила:

1-однаковий напрямок руху; 2зустрічний напрямок руху мастила і газів Рис.4. Характеристики режиму "захлинання" при зустрічному напрямку руху мастила і газів

Варто пам'ятати, що дані, представлені на рис.3 і 4, не остануться такими ж для інших умов руху - іншої геометрії, ширині зазору й т.п. Хоча ясно, що при помірних числах Рейнольца перепад тиску буде доволі малим як у випадку однакового і зустрічного напрямків руху мастила і газів. Ця особливість робить перспективу практичного застосування двофазного газожидкістного плівкового руху досить привабливою, особливо у випадку однакового напрямку, коли проявляється стабілізаційний ефект. Правда, надмірне збільшення числа Рейнольца по газу приводить до таких додаткових ефектів, як розвиток хвиль великої амплітуди на поверхні плівки, зрив і віднесення крапель і т.п.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 2003.– 904 с.

2. Тарг С.М. Основные задачи теории ламинарных течений.-М.: Государственное изд-во технико-теоретической литературы, 1951.-100 с.

3. Богач В.М. Математическое описание процесса движения масла в лубрикаторе// Судовые энергетические установки: науч. –техн. сб. – 1998. - №2. – Одесса: ОГМА.

4. Богач В.М., Попов В.Г., Задорожный А.А. Численное моделирование процесса маслоподачи// Судовые энергетические установки: науч. –техн. сб. – 2000. – Вып. 5. – Одесса: ОГМА. – С. 18-22.